TRAINING PAPER 〔特許出願中〕

DAILY® PROGRAM

高校理科――物理IB（見本）

1

物理では，物体の運動のようすをとらえることが第一歩となります。そのためには，まず運動のようすをどのように表すかということで，速度や加速度について学習します。そしてそのあと実際の運動について考察します。

力と運動(1)

第1章　物体の運動

KYOIKUSHA

本書の構成と使い方

高校物理ＩＢトレーニングペーパーは，学校の授業と並行して使う学習書として，学習項目ごとのていねいな説明と必要な練習問題を用意してあります。復習用としてだけでなく，予習用としても利用できるようなくわしい説明です。また，定期試験対策用の問題も小冊子として用意してありますから，ぜひご利用ください。

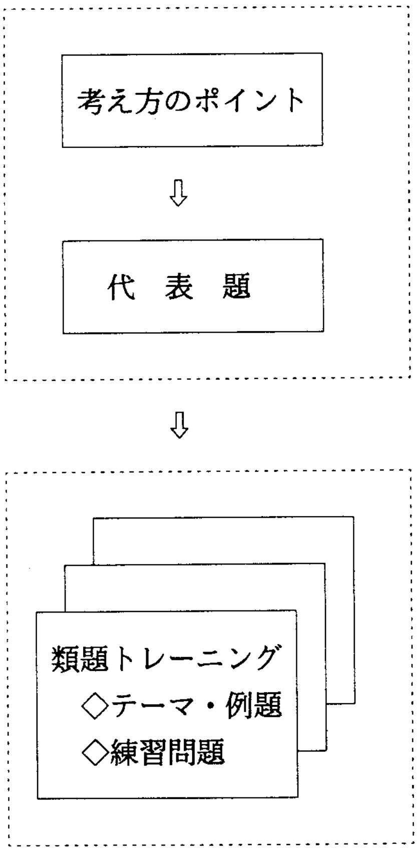
構　成

《１セクションの構成》

１日分の学習量を１セクション（§１，§２など）ごとに区切ってあります。

１セクション（10ページ前後）は，代表題部分と類題部分から構成されています。

（§タイトルの右にある番号は定期試験対策と関連します）



【代表題部分】

まず，そのセクションの学習内容を示し，「考え方のポイント」がまとめてあります。

そして，そのセクションを代表する問題が２～５題並べてあります。解答は巻末です。

➡代表題には類題番号およびタイトルが示してある。

例　類題 6020 平均の速さと瞬間の速さ

【類題部分】

代表題の１題ごとに「類題トレーニング」として，くわしい内容解説と練習問題を用意してあります。解答は巻末です。

➡内容解説は，テーマまたは例題の形式で説明してある。

➡代表題での類題番号と，テーマまたは例題のタイトルが示してある。

例　類題トレーニング 6020

《定期試験対策の構成》

定期試験対策用の問題が，小冊子として用意してあります。問題は章ごとに４段階に分けてあります。大学入試センター試験対策としても，十分活用できる内容です。

・チェック……教科書の基本的なことがらをチェックする問題。
・基本問題……教科書の中にあるような基本的な問題。２回分ある。
・標準問題……教科書の章末問題レベルまでの問題。
・実力問題……入試問題の中から選んだ入試での基本的な問題。

使い方

本書の構成をよくつかみ，効率のよい学習をしてください。
参考までに，使い方の例を示しておきます。

復習型の使い方

◇学校の授業の補習用として使用する。
このときには，【代表題部分】を中心に学習する。

◇まず，1セクションの【代表題部分】をやってみて，かんたんにわかるようであれば，【類題部分】は省略してもよい。
◇ただし，わかりづらい問題があれば，問題に示してある類題番号とタイトルの内容の「類題トレーニング」部分をよく読み，練習問題もやっておく。
➡このような使い方をすれば，学校の授業での理解の程度により学習の省力化ができる。
➡代表題の問題番号の右側にチェック欄があるので，この欄を有効に利用するとよい。

予習型の使い方

◇予習用または自学自習用として使用する。
このときには，【類題部分】を中心に学習する。

◇まず，1セクションの【類題部分】を順にやっていき，全部やり終えたあとで，【代表題部分】で理解の程度を確かめてみる。
◇または，全部のセクションの【類題部分】だけを順にやっていき，章単位で【代表題部分】を一気にやってみてもよい。

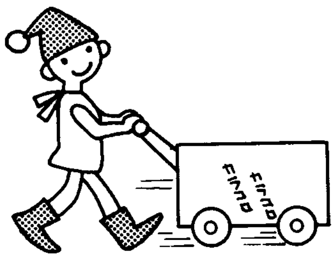
定期試験対策

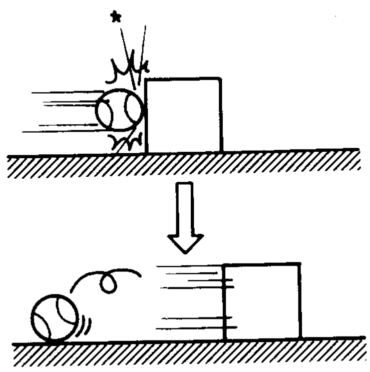
◇定期試験前の学習に使用する。
小冊子になっているから，それだけをとり出してやればよい。

◇問題のレベルが4段階に分かれているので，まずは「チェック」で教科書の基本的な内容を確認したあと，「基本問題」にとり組む。基本問題までは，完全にわかるようにしておきたい。
◇次に，「標準問題」をやってみる。標準問題は教科書の章末問題レベルの問題も入っているので，すこし手ごわい。
◇余裕があれば，「実力問題」もやってみるとよい。入試問題でのやさしい問題を中心に選んである。
➡それぞれの問題のあとに，「関連§番号」としてセクション番号または類題番号を示してあるので，どうしてもわからない問題は，関連する本文にもどるとよい。

※本書の構成と使い方をよくつかみ，自分なりの学習法で有効に活用してください。

第４章
仕事とエネルギー





§1 仕事(1)

D01

これから仕事とエネルギーについて，学習していきます。まず，「仕事をする」ということはどういうことかや，摩擦力や重力に逆らって物体を動かすときにしなければならない仕事などについて，学習することにしましょう。

◇考え方のポイント◇

◆仕事

物体に一定の力 F〔N〕を加え，力の向きに s〔m〕だけ動かすときに力がした仕事 W〔J〕は，次のように表す。

$$W = F\,s$$

◆摩擦力に逆らってする仕事

動摩擦力 f〔N〕に逆らって物体を水平面上で s〔m〕動かすときの仕事 W〔J〕は，物体の質量を m〔kg〕，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕，動摩擦係数を μ'，物体が面から受ける垂直抗力を N〔N〕とすると，次の式で表される。

$$W = f\,s = \mu' N s = \mu' m g s$$

◆重力と仕事

質量 m〔kg〕の物体を高さ h〔m〕だけ重力に逆らって持ち上げるときの仕事 W〔J〕は，次の式で表される。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

$$W = m\,g\,h$$

➡物体が落下するとき，重力が物体にする仕事も同じ式で表される。

◆ばねの力と仕事

ばね定数 k〔N/m〕のばねを x〔m〕だけ変形させるとき，ばねにする仕事 W〔J〕は，次の式で表される。

$$W = \frac{1}{2} k\,x^2$$

1 (0023) ［　］ ➡類題 7200　仕事とその単位

次の問いに答えなさい。

(1) 物体に 50 N の力を加えて，その力の向きに 10 m 動かすときの仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

(2) 物体に 30 N の力を加えて，60 J の仕事をしたとき，物体は加えた力の向きに何 m 移動するか。有効数字 2 桁で答えなさい。

〔　　　　　　〕

2 (0024) ［　］ ➡類題 7210　摩擦力に逆らってする仕事

水平な床の上に質量 5.0 kg の物体を置いて，これを床の上で 5.0 m 動かしたとき，物体にしなければならない仕事は何 J か。ただし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2，床と物体との間の動摩擦係数は 0.30 とし，有効数字 2 桁で答えなさい。

〔　　　　　　〕

3 (0025) □ ➲類題 7220 重力と仕事

質量 m〔kg〕の物体を高さ h〔m〕のところまで持ち上げ，またもとのところまで下ろした。この物体の移動について，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

(1) 持ち上げるときに，重力が物体にした仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

(2) 下ろすときに，重力が物体にした仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

(3) 全体をとおして，重力が物体にした仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

4 (0026) □ ➲類題 7230 ばねの力と仕事

次の問いに答えなさい。

(1) ばね定数 50 N/m のばねを 0.060 m のばしたとき，ばねにした仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

(2) ばね定数 40 N/m のばねが 0.040 m のびた状態から自然の長さにもどるとき，ばねのする仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

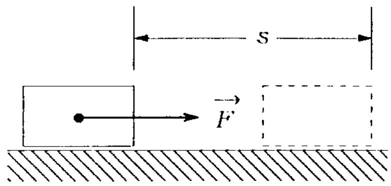
類題トレーニング(7200)

●学習の視点　　仕事については中学校でも学習したが，ふだん生活の中で用いる「仕事」と物理でいう「仕事」は少しちがっている。ここでは「仕事」の定義について，きちんと理解することがたいせつである。

テーマ　仕事とその単位

●物体に力を加えて，物体を加えた力の向きに移動させたとき，物体に加えた力は物体に対して「仕事」をしたという。

●物体がされた仕事は，物体を移動させるためにはたらいた力の大きさと，その力の向きに移動した距離の積で表す。



【仕事】

物体に一定の力 F〔N〕を加え，力の向きに s〔m〕だけ動かすときに力がした仕事 W〔J〕は，次のように表す。

$$W=Fs$$

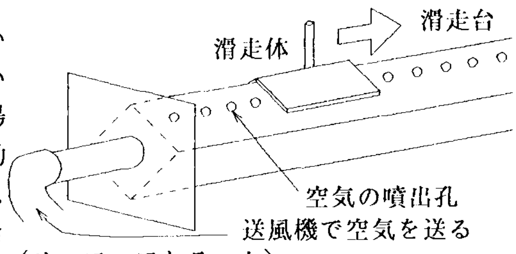
仕事の単位は J（ジュール）で表す。1 J の仕事とは，1 N の力がはたらいて，物体を力の向きに 1 m 移動したときの仕事をいう。(1〔J〕=1〔N·m〕)

■■説　明■■

●仕事　　仕事をしたといえるのは，物体に力がはたらいていたこと，その力によって物体が力の向きに移動したこと，の2つの条件が成り立っているときである。この条件のどちらか一方でも成立していないときには，仕事をしたとはいえない。

●仕事をしていない例

(1)　移動しているが，力がはたらいていない場合…以前に学んだ「慣性の法則」を思い出そう。「物体に力がはたらいていない場合，静止している物体は静止を続け，運動している物体は運動を続ける。」とあった。物体が慣性によって運動を続けているときには，力がはたらいていないので，仕事はされていないのである。



〈リニアエアトラック〉

右図は，リニアエアトラックという実験装置である。トラック上をある速さで動いている滑走体は，力を加えなくても同じ速さで動き続ける。慣性による運動の代表例である。

(2)　力がはたらいているが，移動しない場合…いま，あなたが机に向かっているとしよう。あなたの体重の大部分は，腰かけているいすが支えている。つまり，いすはあなたを上向きにおす力を加え続けているのである。しかし，あなたのいすは理髪店のいすのようにあなたを上へおし上げてはくれないね。このように力を加え続けていても移動させない力は，仕事をしない力なのである。

●仕事の単位　　中学校では，力の大きさは，物体にはたらく重力の大きさで決め，kgw (=kg重）という単位で表したね。この力の単位を使って仕事の単位を決めると，次のようになる。

$$W〔\mathrm{kgw\cdot m}〕=F〔\mathrm{kgw}〕\times s〔\mathrm{m}〕$$

➡ kgw·m は，「重量キログラムメートル」と読む。

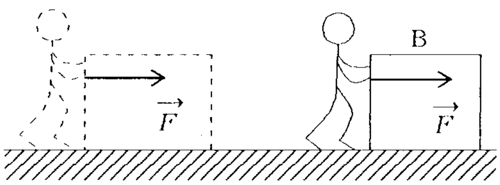
高校では，力の単位として，kgw はあまり使わない。力の単位には，N（ニュートン）を使う。もし，kgw の単位が出てきたら，次のようにして N（ニュートン）の単位に換算することにしよう。

1〔kgw〕=9.8〔N〕

これより，1〔kgw·m〕=9.8〔N·m〕=9.8〔J〕となる。

参　考

●仕事をした？　仕事をされた？



仕事の定義によると，「……力は物体に対して仕事をしたという。」とある。定義どおりにみると，仕事をする主体は「力」であるといえる。

それでは，力はどのようなところではたらいているのだろうか？　力は原則として物体と物体との間にはたらいている。そこで，仕事をした力がどのような物体の間にはたらいているかを考えて，仕事をした，されたを判断することにする。

右図のような場合を例に考えてみよう。

力 $\vec{F}$：物体 B に対して仕事をした。

（物体 A から物体 B に対してはたらいた力）

物体 B：仕事をされた。（力 $\vec{F}$ がはたらいていた物体だから）

物体 A：仕事をした。（物体 B に力 $\vec{F}$ をおよぼしたから）

1　(7201)　D01

次の㋐～㋓で，物体が仕事をされているときはどれか。すべて選び，記号で答えなさい。

〔　　　　　　　　〕

㋐ 疲れるまで，落とさないように支えていた荷物。

㋑ 摩擦のないリニアエアトラック上を等速度で動いている滑走体。

㋒ 摩擦のないリニアエアトラック上をしだいに速度を増しながら動いている滑走体。

㋓ 糸が切れて，空へ上がっていく風船。

2　(7202)　D01

次の問いに答えなさい。

(1) 物体に F〔N〕の力を加えて，その力の向きに s〔m〕動かすとき，その力のする仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

(2) 10 N の力を加えて，物体が力の向きに 3.0 m 移動した。物体がされた仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

(3) 50 N の力を加えて，物体が力の向きに 4.0 m 移動した。物体がされた仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

(4) 物体を 4.0 m 移動させるのに 120 J の仕事を必要とした。物体に加え続けていた力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　〕

(5) 物体に 25 N の力を加え続けて 700 J の仕事をした。物体の移動した距離は何 m か。

〔　　　　　　〕

3　(7203)　D01

質量 1000 kg の自動車が静止している状態からスタートして一様に加速し，10 s 間に 100 m 走って速さが 20 m/s になった。この自動車の運動について，次の問いに答えなさい。有効数

字２桁で答えなさい。

(1)　自動車に生じた加速度は，何 m/s^2 か。

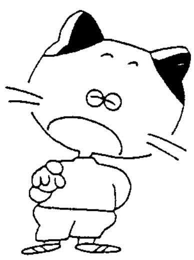
〔　　　　　　　　〕

(2)　自動車を加速していた力は，何 N か。

〔　　　　　　　　〕

(3)　自動車が 100 m 走るまでに自動車がされた仕事は，何 J か。

〔　　　　　　　　〕

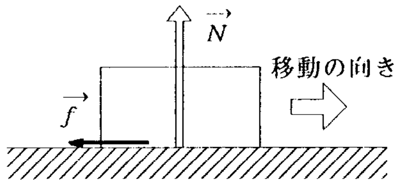


類題トレーニング(7210)

●学習の視点　　物体は慣性によって運動を続けようとする。この場合，物体は移動するが仕事をされているとはいわない。力がはたらいていないからである。したがって，一度動きだせば，仕事をしなくても物体は移動を続けることができるのではないか？　しかし，実際はこのとおりにはならない。それは，物体にはたらく摩擦力によって，運動がさまたげられているからである。ここでは，摩擦力と仕事の関係について考える。

テーマ　摩擦力に逆らってする仕事

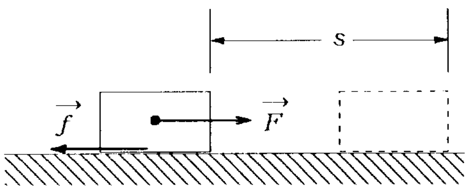
●摩擦のある面上を物体が動いているとき，物体はふれ合う面から運動をさまたげる向きに動摩擦力を受ける。



●動摩擦力の大きさ f は，物体が面から受ける垂直抗力の大きさ N と，ふれ合う面の性質によって決まる動摩擦係数 μ' の積で決まる。

$f=\mu' N$

●動摩擦力 f が面と物体の間にはたらいているとき，物体を一定の速さで面上を動かすには，物体に動摩擦力と等しい大きさの力 F を加え続けなければならない。



$F=f$

●動摩擦力に逆らって物体を動かすのに必要な仕事 W は，次の式で求められる。

$W=f\,s=\mu' N s$

●水平面上では，垂直抗力の大きさ N は，物体にはたらく重力の大きさと等しくなっている。物体の質量を m，重力加速度の大きさを g とすると，

$N=m\,g$

【摩擦力に逆らってする仕事】

動摩擦力 f〔N〕に逆らって物体を水平面上で s〔m〕動かすときの仕事 W〔J〕は，物体の質量を m〔kg〕，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とすると，次の式で表される。

$W=f\,s=\mu' N s=\mu' m g s$

ただし，μ' は動摩擦係数，N〔N〕は物体が面から受ける垂直抗力である。

■■説　明■■

●摩擦力について　　摩擦力には，物体が静止しているときにはたらく静止摩擦力，運動しているときにはたらく動摩擦力がある。静止摩擦力は，とくに物体が動きだそうとする瞬間に最大になる。このときの摩擦力を，最大摩擦力という。

しかし，仕事を考えるときには，静止摩擦力は無関係である。静止しているかぎり，移動しないのだから，仕事はゼロになる。

●動摩擦力に逆らってする仕事　　§2でくわしく学習するが，摩擦力は「負」の仕事をすることになる。テーマの図でわかるように，物体を動かすのに必要な力 $\vec{F}$ と動摩擦力 $\vec{f}$ は，大きさが等しく，向きが反対である。仕事とは，

（物体を移動させるためにはたらいた力の大きさ）

×（その力の向きに移動した距離）

であったから，力の向きで考えると，

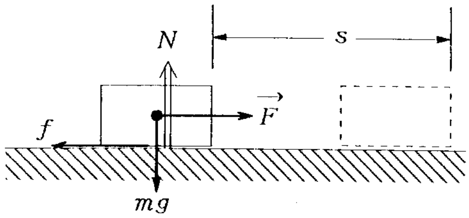
$$\vec{F}=-\vec{f}$$

である。テーマの式は，力の大きさという「スカラー」で考えた結果であり，「ベクトル」ではないことに注意したい。

---

1 (7211) D01

水平な床の上に質量 m〔kg〕の物体を置いて，これを s〔m〕床の上を動かした。物体と床との間の動摩擦係数を μ'，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕として，次の問いに答えなさい。



(1) この物体にはたらく重力の大きさは，何 N か。

〔　　　　　　〕

(2) この物体が床から受ける垂直抗力の大きさ N は，何 N か。

〔　　　　　　〕

(3) この物体が床の上を動いているとき，床から受ける動摩擦力の大きさ f は何 N か。μ'，m，g を用いて表しなさい。

〔　　　　　　〕

(4) この物体を床の上で動かし続けるとき，物体に加え続けなければならない力の大きさ F は，何 N か。μ'，m，g を用いて表しなさい。

〔　　　　　　〕

(5) この物体をおして s〔m〕移動させたとき，おしている力のした仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

2 (7212) D01

水平な床の上に 30.0 kg の物体が置いてある。物体と床との間の動摩擦係数を 0.200，重力加速度の大きさを 9.80 m/s² として，次の問いに答えなさい。有効数字3桁で答えなさい。

(1) 物体が床から受ける垂直抗力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　〕

(2) 物体を床の上で動かしているとき，物体が床から受ける動摩擦力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　〕

(3) 物体を床の上で動かし続けるとき，物体に加え続けなければならない力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　〕

(4) 物体を 5.00 m 動かしたとき，物体に加えていた力のした仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7220)

●学習の視点　　重力に逆らってする仕事と重力による仕事について学習する。前者は，摩擦力に逆らってする仕事と考え方は同じである。

テーマ　重力と仕事

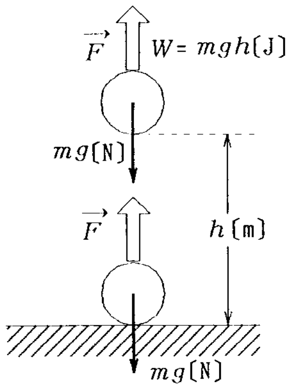
●地球上にあるすべての物体には，重力がはたらいている。重力の大きさ w〔N〕は，物体の質量を m〔kg〕，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とすると，次の式であたえられる。

$$w = mg$$

●物体を一定の速さで上向きに持ち上げる場合には，物体を落下させようとする向きにはたらいている重力に逆らって，上向きの力を加え続けていなければならない。

●この上向きの力の大きさ F は，右の図に示すように，重力の大きさ mg と等しい大きさの力であればよい。

$$F = mg$$



【重力と仕事】

質量 m〔kg〕の物体を高さ h〔m〕だけ重力に逆らって持ち上げるときの仕事 W〔J〕は，次の式で表される。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

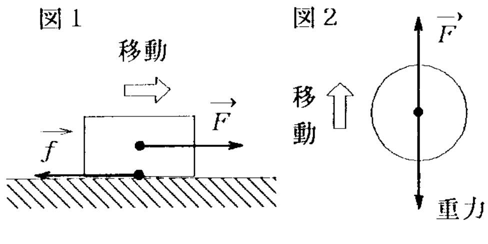
$$W = mgh$$

また，物体が落下するとき，重力が物体にする仕事 W'〔J〕も，これと同じ式で表される。

■■説　明■■

●重力に逆らってする仕事　　重力に逆らって物体を持ち上げる力のする仕事の考え方は，摩擦力に逆らって物体を動かす力のする仕事と同じである。

右の図1と図2を見比べてみよう。水平方向と鉛直方向のちがいはあるが，よく似ていることに気づくね。移動する向きと逆向きの力（摩擦力と重力）がはたらいている。この力が，物体の移動をさまたげるようにはたらいている。（ただし，摩擦力は移動させるときはたらく力であるが，重力は静止，移動とは無関係に，つねにはたらいている力である。）この移動をさまたげる力に逆らって力を加え続けないと，物体は移動することができないのである。



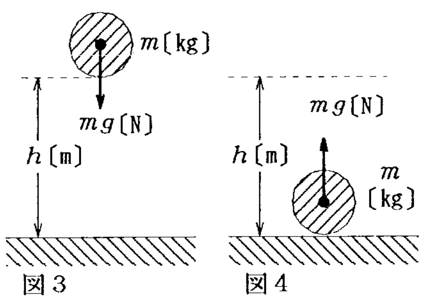
力を加え続けて移動させる，すなわち，物体に加えた力は，仕事をしているのである。

重力に逆らってする仕事のとき，重力そのものがする仕事は，重力の向きと移動させる向きが逆なので「負の仕事」である。

●重力のする仕事　　重力のする仕事は次のように考える。

(1)　地球上にあるすべての物体には重力がはたらいていて，重力の向きに移動しようとする（落下運動）。

(2)　重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とすると，質量 m〔kg〕の物体にはたらく重力の大きさは mg〔N〕となる。この物体が h〔m〕落下した



とき，重力が物体にした仕事 W〔J〕は次の式で表される(図3)。

$W=mgh$

(3) 物体が落下するとき，重力が物体にする仕事は，物体を重力に逆らってその高さまで持ち上げるとき物体にしてやらなければならない仕事と等しくなる (図4)。

●重力のする仕事と人のする仕事　　重力は，地球上のすべての物体にはたらいている。したがって，すべての物体は支えていないかぎり，落下運動をして地面に達する。この移動の原因となっている力は重力だから，落下運動という仕事は重力のはたらきであることがわかる。図5の場合，重力のする仕事は，mgh〔J〕となる。

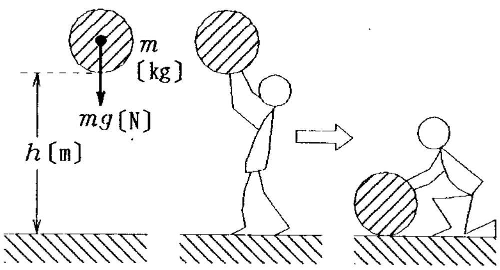


図5　図6

図6のように，高いところにある物体を下に下ろす場合に，重力のする仕事はどうなるだろうか？　この場合も，物体には下向きに重力 (mg〔N〕) がはたらいている。そして，重力によって，物体は下向きに h〔m〕移動するので，重力が物体にする仕事はやはり，mgh〔J〕となる。

ところで，図6のような場合，わたしたちは物体に力を加えて下ろす。人が物体に加えた力は上向きで，物体の移動の向きとは逆向きである。したがって，人が物体に加えた力は，物体を下ろすのに役立ち，人が物体にした仕事は「負の仕事」ということになる。物体を下へ移動させた仕事は，重力のした仕事で，人がした仕事は，物体の移動をさまたげるためにした仕事なのである。

●持ち上げる仕事と下ろす仕事　　物体を静かに持ち上げる場合と静かに下ろす場合に，物体にはたらいている力は，右の図7，図8のようになる。これらの力は，向きは反対だが大きさはどれも同じである。これらの力が物体にする仕事を考えるときには，力の向きと物体の移動の向きを考えなければならない。物体の移動の向きと同じ向きの力がする仕事は「正」になり，物体の移動の向きと逆向きの力がする仕事は「負」になる(くわしくは§2で扱う)。

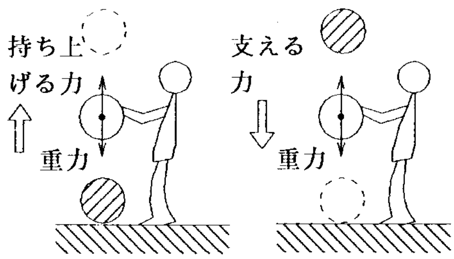


図7　図8

たとえば，右図の場合，物体の質量を m〔kg〕，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕，物体が移動する距離を h〔m〕とすると，それぞれの力がする仕事は次のようになる。

図7(高さ h〔m〕まで持ち上げるとき)

持ち上げる力のする仕事……mgh〔J〕

重力のする仕事……………$-mgh$〔J〕

図8(高さ h〔m〕のところから下ろすとき)

支える力のする仕事………$-mgh$〔J〕

重力のする仕事………………mgh〔J〕

1　(7221)　D01

次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

(1) 質量 m〔kg〕の物体を高さ h〔m〕だけ重力に逆らって持ち上げるとき，持ち上げる力のする仕事 W〔J〕を表す式を書きなさい。　〔　　　　　〕

(2) 質量 m〔kg〕の物体が h〔m〕落下するとき，重力が物体にする仕事 W'〔J〕を表す式を書きなさい。　〔　　　　　〕

(3) (1)で，重力のする仕事はいくらか。m，h，g を用いて表しなさい。

〔　　　　　〕

2 (7222) D01

次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを9.8 m/s^{2}とし，答えは有効数字2桁で答えなさい。

(1) 質量5.0 kg の物体を高さ3.0 m 持ち上げた。このとき，

① 物体にはたらく重力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　　　〕

② 物体を持ち上げるのに必要とした仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(2) 質量12 kg の物体が，10 m 落ちてきた。このとき，

① 物体にはたらいている重力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　　　〕

② 重力が物体にした仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　〕

3 (7223) D01

高さ30 m のビルの屋上にある，直径1 m，高さ1 m の円筒形の貯水タンクに地上のポンプから水をくみ上げて満水にした。水をくみ上げる仕事について，次の問いに答えなさい。ただし，水1 l の質量は1 kg とし，円周率を π，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕として計算しなさい。

(1) このタンクの容積は何 l か。

〔　　　　　　　　〕

(2) タンクいっぱいの水の質量は何 kg か。

〔　　　　　　　　〕

(3) ポンプが水をくみ上げた仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　〕

4 (7224) D01

高さ2.0 m の棚の上にある質量1.0 kg の箱をそっと支え，床のところまで下ろした。このとき箱にした仕事について，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを9.8 m/s^{2}とし，有効数字2桁で答えなさい。

(1) 箱にはたらいている重力の大きさは何 N か。

〔　　　　　〕

(2) 箱を支える力の大きさは何 N か。

〔　　　　　〕

(3) 重力が箱にした仕事は何 J か。

〔　　　　　〕

(4) 箱を支える力が箱にした仕事は何 J か。

〔　　　　　〕

類題トレーニング(7230)

●学習の視点　　ばねにする仕事やばねのする仕事について学習する。式を覚えてしまうことがポイントである。

テーマ　ばねの力と仕事

●ばねには，加えた力の大きさとばねののび・縮み（変形の大きさ）が比例するという関係がある。この関係を「フックの法則」という。

●ばねに加えた力の大きさを F〔N〕，ばねの変形の大きさを x〔m〕とすると，フックの法則は次の式で表される。

$F = kx$　（k：ばね定数，単位：N/m）

●変形したばねには弾性力が生じる。弾性力は，ばねに加えた力と大きさが等しく，向きが逆向きである（図1）。

●ばね定数 k〔N/m〕のばねに力を加えて，x〔m〕だけばねを変形させたとき，ばねに加えた力のした仕事 W〔J〕は，図2の△OAB の面積で表される。

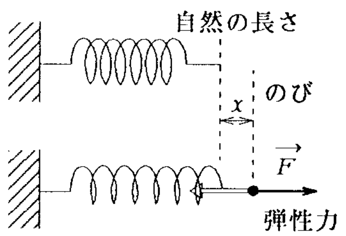


図1

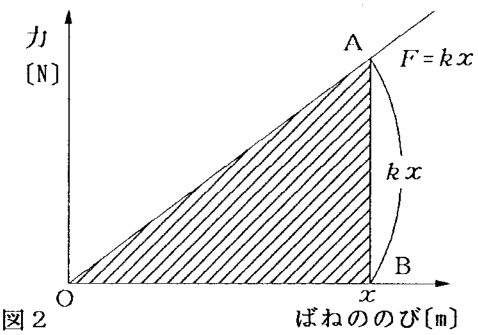


図2

【ばねの力と仕事】

ばね定数 k〔N/m〕のばねを x〔m〕だけ変形させるとき，ばねにする仕事 W〔J〕は，次の式で表される。

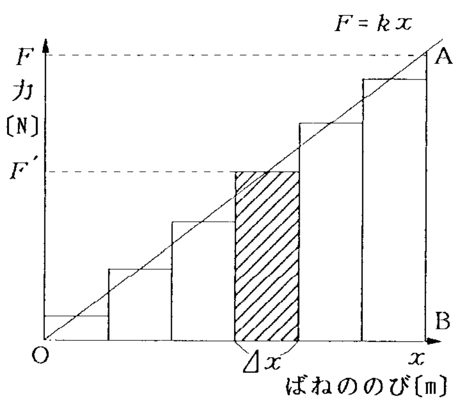
$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

■■説　明■■

●ばねを変形させる仕事（ばねにする仕事）

ばね定数 k〔N/m〕のつるまきばねに力を加えてのばしたとき，加えた力のする仕事を考えてみよう。ばねに加えた力の大きさとばねののびは比例するので，その関係は右図の直線 OA で表される。

いま，ばねを短い距離 Δx〔m〕だけ引きのばす仕事を考えてみる。この区間では，ばねに加える力はほぼ一定とみなせる。この区間での力を F'〔N〕とすると，この力がする仕事は，$W = F' \times \Delta x$〔J〕となる。つまり，仕事は，右図の斜線を引いた長方形の面積で表されることになる。したがって，ばねを x〔m〕のばすときにする仕事 W〔J〕は，Δx をきわめて小さくとることによって，図の三角形 OAB の面積で表されることになる。

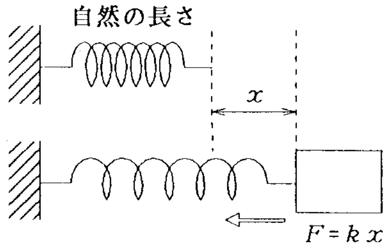


ばねののびが x〔m〕のとき，ばねに加えている力の大きさ F は kx〔N〕であるから，ばねののびが x〔m〕のとき，力がばねにした仕事 W〔J〕は，次のようになる。

$$W=\frac{1}{2}\times F\times x=\frac{1}{2}kx^2\,[\mathrm{J}]$$

ばねに力を加えて，x〔m〕縮めたときにばねにする仕事も，この式で表される。

●変形したばねのする仕事　　変形したばねには弾性力が生じていて，この力によって，ばねは自然の長さにもどろうとする。よって，ばねを自然の長さからのばして，端に物体をつけると，ばねは物体を引いて，仕事をする。変形したばねが自然の長さにもどるときにする仕事は，ばねを変形する仕事を求めたときと同様に考えれば求められる。



ばね定数 k〔N/m〕のばねが，x〔m〕変形した状態から自然の長さにもどるときにする仕事 W〔J〕は，次のようになる。

$$W=\frac{1}{2}kx^2\,[\mathrm{J}]$$

1　(7231)　D01

ばね定数 k〔N/m〕のつるまきばねがある。次の問いに答えなさい。

(1)　このばねに力を加えて x〔m〕のばしたとき，加えた力がばねにした仕事は何 J か。

〔　　　　　　　〕

(2)　このばねを x〔m〕のばしたあと，物体をつないで手をはなしたところ，ばねは自然の長さにもどった。ばねが物体にした仕事は何 J か。

〔　　　　　　　〕

2　(7232)　D01

次のように，つるまきばねをのばしたり，縮めたりしたとき，ばねにした仕事を求めなさい。

(1)　ばね定数 10 N/m のばねを，0.040 m のばしたとき。

〔　　　　　　　〕

(2)　ばね定数 50 N/m のばねを，0.080 m のばしたとき。

〔　　　　　　　〕

(3)　ばね定数 60 N/m のばねを，0.20 m 縮めたとき。

〔　　　　　　　〕

3　(7233)　D01

次のように変形したつるまきばねが自然の長さにもどるまでに，ばねのする仕事を求めなさい。

(1)　ばね定数 40 N/m のばねが，0.040 m のびた状態から自然の長さにもどるとき。

〔　　　　　　　〕

(2)　ばね定数 50 N/m のばねが，0.040 m 縮んだ状態から自然の長さにもどるとき。

〔　　　　　　　〕

§２ 仕事(2)

D02

§１では，物体が加えた力の向きに移動する場合を考えました。しかし，物体は必ずしも加えた力の向きに移動するとはかぎりません。ここでは，加えた力の向きとちがった向きに物体が移動したときの仕事や負の仕事，仕事の原理，仕事率について学習を発展させていきます。

◇考え方のポイント◇

◆力の向きと物体の動く向きが異なる場合の仕事

物体が力 F〔N〕の向きと角 θ をなす方向に距離 s〔m〕だけ移動したとき，力 F のする仕事 W〔J〕は，次の式で表される。

$$W = F\,s\cos\theta$$

◆負の仕事

摩擦力のように，物体の移動する向きと逆向きにはたらいている力は，物体の移動をさまたげる負の仕事をする。

◆仕事の原理

道具の質量や摩擦が無視できる場合，動滑車，斜面などの道具を使っても，仕事の量は一定で変わらない。これを「仕事の原理」という。

➲道具を使っても，(力の大きさ)×(距離) は一定

◆仕事率

単位時間にする仕事の量を，「仕事率」という。

時間 t〔s〕の間に W〔J〕の仕事をするときの仕事率 P〔W〕は，

$$P = \frac{W}{t}$$

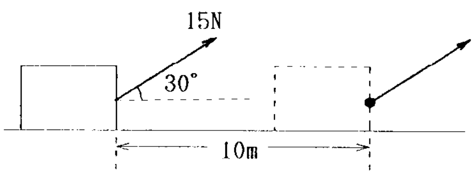
また，ある物体に力 F〔N〕が作用して，その力の方向に速度 v〔m/s〕で動かすとき，力 F が物体にする仕事率 P〔W〕は，

$$P = F\,v$$

➲仕事率の単位は，W(ワット)で表す。

1 (0027) ☐ ➲類題 7240 力の向きと物体の動く向きが異なる場合の仕事

右図のように，水平な床の上に置いてある物体にひもをつけ水平と 30° の角度になる斜め上方に 15 N の力で引きながら床の上を動かしたところ，物体は等速で移動した。物体を 10 m 動かすまでに力のした仕事について，次の問いに答えなさい。ただし，床と物体との間の動摩擦係数は 0.20，$\sqrt{3}=1.7$ とする。



(1) 移動の向きの分力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　〕

(2) 物体が床から受ける動摩擦力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　〕

(3) 力のした仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

2 (0028) [ ]　➲類題 7250　負の仕事

水平な床の上に質量 m〔kg〕の物体を置き，これをおして s〔m〕移動させた。物体と床との間の動摩擦係数を μ'，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕として，次の問いに答えなさい。

(1) この物体にはたらく重力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　〕

(2) この物体が床から受ける動摩擦力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　〕

(3) この物体が s〔m〕移動したとき，動摩擦力のした仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

3 (0029) [ ]　➲類題 7260　仕事の原理

傾角 30° のなめらかな斜面に沿って荷物を引き上げるとき，次の問いに答えなさい。

(1) 荷物を引く力は，斜面を使わないで荷物を直接持ち上げる場合と比べて，何倍必要か。

〔　　　　　　〕

(2) 荷物を引く距離は，斜面を使わないで荷物を直接持ち上げる場合と比べて何倍必要か。

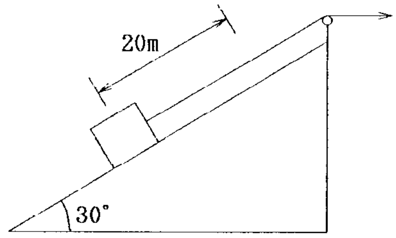
〔　　　　　　〕

4 (0030) [ ]　➲類題 7270　仕事率

次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

(1) 右図のようななめらかな斜面上で，質量 10 kg の物体を斜面に沿って 20 m だけ引き上げるのに 4.9 s かかった。このときの仕事率は何 W か。

〔　　　　　　〕



(2) クレーンを使って質量 500 kg の鉄材を鉛直上方につり上げる。ロープをまき上げているモーターの仕事率を 4.9 kW とすると，どのくらいの速さで鉄材をつり上げていることになるか。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7240)

●学習の視点　　力の向きと物体の動く向きが一致しない場合の仕事は，どのように考えたらよいのだろうか。力を分解することがここでのポイントである。

テーマ　力の向きと物体の動く向きが異なる場合の仕事

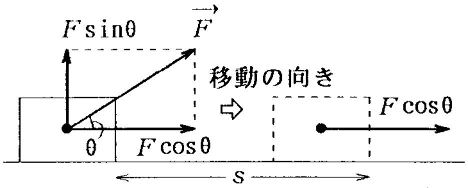
●物体にはたらく力が，物体の移動する向きと異なる場合には，まず，力を分解して移動する向きの分力を考える（右図）。

物体の移動の向きの分力

$F\cos\theta$

物体の移動の向きと垂直の向きの分力

$F\sin\theta$



●物体に加えられた力が物体にした仕事は，力そのもので考えるのではなく，移動する向きの分力のした仕事と考える。式で示すと次のとおり。

仕事 ＝ 物体の移動の向きの分力の大きさ × 移動距離

$W=F\cos\theta\times s=F\ s\cos\theta$

●物体の移動の向きと垂直の向きの分力 $F\sin\theta$ は，移動にかかわりのない力なので，仕事について考える必要はない。

【力の向きと物体の動く向きが異なる場合の仕事】

力 F〔N〕と物体の動く向きが異なる場合の仕事 W〔J〕は，そのなす角を θ，物体の移動距離（変位）を s〔m〕とすると，次の式で表される。

$W=F\ s\cos\theta$

■■説　明■■

●力の分解と仕事　　力はベクトルであって，大きさと向きを合わせて考えなければならない量である。同じ大きさの力であっても，はたらく向きが異なると，力の効果は大きく異なってくる。

仕事を考えるときには，力が物体の移動にどのような効果をおよぼしているかに注目しなければならない。§１で学習したように，「物体に力を加えて，物体を加えた力の向きに移動させたとき」に，仕事をしたと定義していたのである。加えた力の向きに移動することが条件になっていることに注意しよう。

移動の向きと斜め方向に力がはたらいているときには，その力のうち移動させるのにはたらいている力を見分けることが必要となる。それが力の分解であり，分力を求めることなのである。

●仕事をしない力　　力を分解したときテーマの図の $F\sin\theta$ という分力は仕事をしない。これは，テーマの図で考えてみれば，すぐにわかる。分力 $F\sin\theta$ は移動の向きと垂直になっているので，$F\sin\theta$ がどんなに大きくても，物体が右向きに移動することはないのである。$F\sin\theta$ は，この場合には，物体を持ち上げる向きにはたらいている力である。

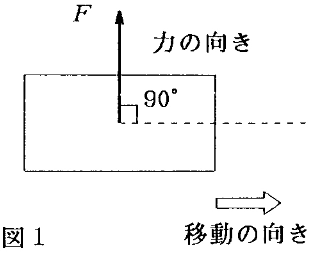


図１

また，分力だけでなく，力 $\vec{F}$ が移動の向きと垂直の向きにはたらいているときには，力 $\vec{F}$ は物体に対して仕事をしない。$\theta=90^\circ$ のときは，$\cos\theta=0$ となるから，$W=0$ となるのである。

それでは，このような「仕事が0である力」とはどのような力なのか，例をさがしてみよう。

① 水平面上を移動している物体にはたらいている重力（図2でわかるように，移動方向と垂直になっている）。

② 水平面上を移動している物体にはたらいている垂直抗力（図2，ただし，摩擦力の大小は，この垂直抗力の大きさに関係する。しかし，垂直抗力そのものは，仕事をしていない）。

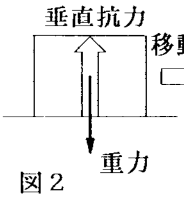


図2

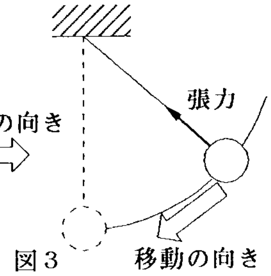


図3

③ 振り子のおもりにはたらいている糸の張力（図3）。

● $W = F \times s\cos\theta$ と考えても同じ

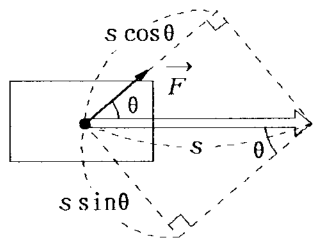
図4のように $s\cos\theta$ は，移動距離 s（変位）をベクトルと考えて，力の方向へ分解した成分と考えられる。したがって，仕事 W は，F と $s\cos\theta$ の積，すなわち，

（力の大きさ）

×（力の向きに動いた距離）

と考えることもできる。ただし，仕事は，向きをもたない物理量で，スカラーである。

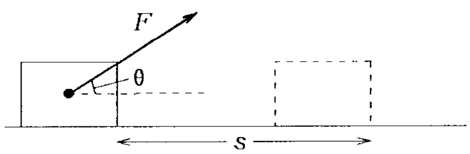
図4



---

1 (7241) D02

物体に F〔N〕の力を加えたら，力の向きと θ の角度をなす向きに物体が s〔m〕移動した。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 移動の向きの分力の大きさは何 N か。

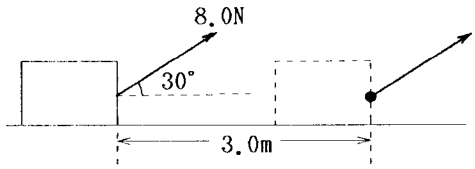
〔　　　　　　　　　〕

(2) この力による仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　　〕

2 (7242) D02

右図のように，水平な床の上に置いてある物体にひもをつけ，水平と30°の角度になる斜め上方に8.0 N の力で引きながら床の上を動かしたところ，物体は等速度で移動した。物体を3.0 m 動かすまでに力のした仕事について，次の問いに答えなさい。ただし，床と物体との間の動摩擦係数は0.20，$\sqrt{3}=1.7$ とする。



(1) 移動の向きの分力の大きさは何N か。

〔　　　　　　　　　〕

(2) 物体が床から受ける動摩擦力の大きさは何 N か。

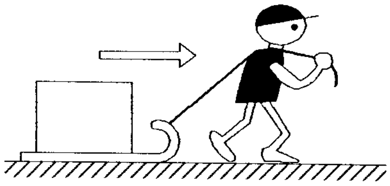
〔　　　　　　　　　〕

(3) 力のした仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　　〕

3 (7243) D02

右図のように，水平な雪面上で荷物をのせたそりを引いた。そりを引くロープは，水平面から45°の傾きをなしていた。いま，そりを一定の速さですべらせるには，ロープを20 N の力で引かなければならなかった。このそりを動かす仕事について，次の問いに答えなさい。ただし，$\sqrt{2}=1.4$ とする。

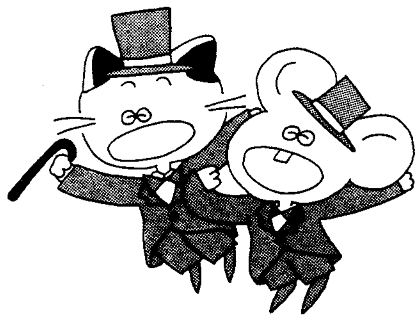


(1) そりが雪面から受ける動摩擦力は何 N か。

〔　　　　　　　　〕

(2) そりを500 m 移動させたとき，そりを引く力のした仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　〕



類題トレーニング(7250)

●学習の視点　　前のテーマで，力が移動方向に対して斜めにはたらいているときの仕事は，

(物体に加えた力の大きさ)×(移動距離)

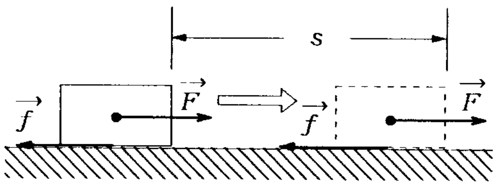
の値より小さくなっていることに気がついたかな。ここでは，力と移動方向とのなす角 θ が，$90^\circ < \theta \leqq 180^\circ$ の場合を考えてみよう。

テーマ　負の仕事

●物体が移動するとき，物体に床からはたらく動摩擦力は，物体の移動をさまたげる向きにはたらく。

➲移動をさまたげる向きは，移動の向きとちょうど逆向きになる。

●移動の向きを正と決めると，逆向きは負となる。



➲右の図で，動摩擦力 $\vec{f}$ は，負の向きで大きさ f〔N〕の力である。

●物体が距離 s〔m〕移動している間，動摩擦力 $\vec{f}$ がはたらいていると，動摩擦力が物体にした仕事は負になり，次のように求められる。

$$W = -(f \times s) = -fs$$

➲動摩擦力の向きは負なので，動摩擦力のした仕事も負になる。

●負の仕事とは，移動に役立つのではなく，移動をさまたげる仕事である。負の仕事がなければ，物体はもっと小さな仕事で移動することができる。

【負の仕事】

仕事は，力と移動の向きによって正負が決まる。力の向きと移動する向きが等しい場合は，仕事は正であるが，反対向きである場合には，仕事は負である。

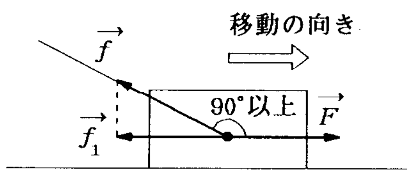
■■説　明■■

●力の向きと仕事　　仕事の定義は，§１で学習したように，「物体に力を加えて，物体を加えた力の向きに移動させたとき」となっている。つまり，加えた力の向きと物体の移動する向きが一致していることが，まず前提となっている。しかし，力を加えた向きと移動する向きとが必ず一致するとはかぎらない。

移動する向きに対して力が斜めにはたらいている場合，それが前のテーマの学習であった。そこでは，斜め方向の力を分解して，移動する向きの分力を見つけ，その分力の仕事を，はたらいている力が移動方向にした仕事と考えてきたのであった。

移動する向きに対して逆向きにはたらいている力も，斜めの場合の考え方をそのままあてはめて考える。斜めにはたらいた力が，斜めの角度が大きくなって，とうとう180°つまり逆向きになったごく特殊な例だと考えればよいのである。力の向きが移動する向きと逆向きなので，仕事が負になるわけである。

●摩擦力以外の移動をさまたげる向きの力　　摩擦力は，物体の移動に対していつでも逆向きにはたらく力である。摩擦力以外の力でも，移動をさまたげるはたらきをする場合がある。右図のように，物体の移動に対して斜めにはたらいている力でも，角度が90°以上になると，分力 $\vec{f_1}$ が移動をさまたげる向きにはたらいていることになる。先へ先へと急ごうとする犬になわをつ



けて引かれながら散歩している人の力も，犬の動きをさまたげる向きにはたらいていることになる。

$90^\circ < \theta \leqq 180^\circ$ では，$\cos\theta < 0$ となるので，

$$W = f\ s\cos\theta < 0$$

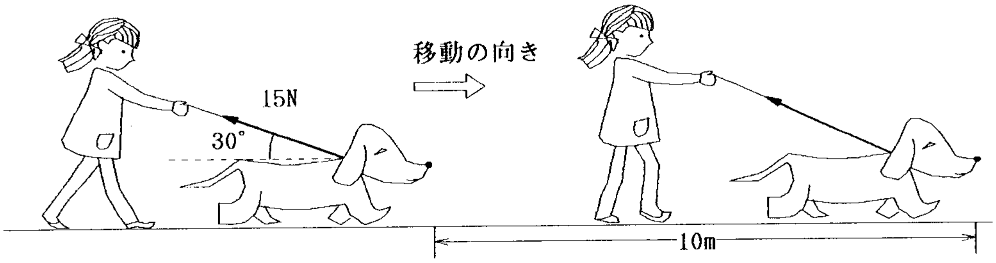
となり，$\vec{f}$ は物体に負の仕事をすることになる。このとき，$\vec{F}$ は作用・反作用の法則より，$\vec{f_1}$ と大きさが等しい。よって，$\vec{F}$ は物体に対して，正の仕事をすることになる。また，このとき，力 $\vec{F}$ は，力 $\vec{f_1}$ に逆らって仕事をしたともいう。

よって，動摩擦力に逆らって仕事をする場合や重力に逆らって仕事をする場合（§ 1 の学習内容），動摩擦力や重力の（物体に）する仕事は，負である。

---

1 (7251) D02

次の図のように，人が綱をつけた犬に引っ張られながら 10 m 歩いた。綱を引く力が 15 N で，綱は地面に対して 30° 傾いていた。このとき，あとの問いに答えなさい。



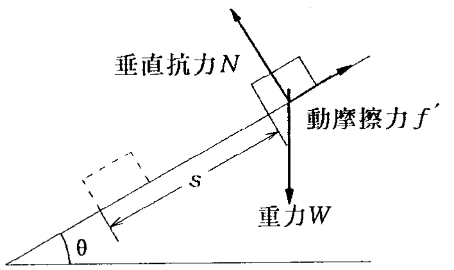
(1) 犬が人にした仕事は何 J か。　〔　　　　〕

(2) 人が犬にした仕事は何 J か。　〔　　　　〕

2 (7252) D02

水平面に対して θ の角をなすあらい斜面に沿って，物体がすべり下りるとき，物体に作用している力は，重力，垂直抗力および動摩擦力である。これらの力の大きさを，それぞれ右図のように W〔N〕，N〔N〕，f'〔N〕とする。

斜面に沿って物体が s〔m〕の距離をすべるとき，それぞれの力が物体に対してする仕事は何 J か。W，s を使って表しなさい。



(1) 重力〔　　　　〕

(2) 垂直抗力〔　　　　〕　(3) 動摩擦力〔　　　　〕

3 (7253) D02

次の(1)～(4)で指定した力のする仕事について，正・0・負を示しなさい。

(1) あらい水平な床で物体をすべらすとき，床から物体にはたらく摩擦力。　〔　　〕

(2) あらい斜面に沿って荷物を引き上げるとき，物体にはたらく重力。　〔　　〕

(3) なめらかで傾き一定の斜面を物体がすべり下りるとき，物体にはたらく重力。　〔　　〕

(4) 半球形のなめらかな内面をもつ容器のふちから物体をすべり下ろすとき，物体が底につくまでに容器の壁からはたらく垂直抗力。　〔　　〕

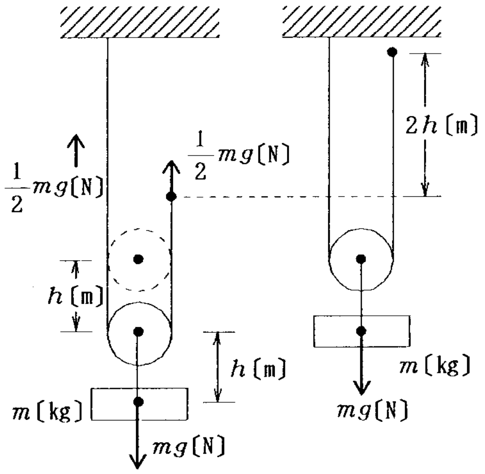
類題トレーニング(7260)

●学習の視点　　中学校でも学習したが，「仕事の原理」について，くわしく考える。

テーマ　仕事の原理

●動滑車，てこ，斜面，輪軸などの道具を使うと，物体を動かすのに必要な力は小さくなるが，移動する距離は，力が小さくなったのに比例して大きくなる。

➲動滑車を例に考えてみよう。質量 m〔kg〕の物体を持ち上げるのには，mg〔N〕の力が必要となる。(重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする)。右図の動滑車は，2本のひもで支えるので，1本のひもにかかる力は $\frac{1}{2}mg$〔N〕，すなわち，動滑車を使わないときの半分の力でよい。そのかわり，物体を h〔m〕持ち上げる(動滑車を h〔m〕持ち上げる)には，$2h$〔m〕だけひもを引かなければならない。



●道具を使ったときでも，物体にした仕事は，力の大きさと移動距離の積で求める。力が小さくなっても，これと反比例して移動距離は大きくなるので，2つの量の積である仕事の大きさには変わりがない。これを「仕事の原理」という。

➲右図の動滑車の場合で考えてみよう。次のように，仕事は同じになる。

動滑車を使わないとき　　$W = mg \times h = mgh$〔J〕

動滑車を使ったとき　　$W' = \frac{1}{2}mg \times 2h = mgh$〔J〕

【仕事の原理】

動滑車，てこ，斜面，輪軸などの道具の質量や摩擦が無視できる場合，仕事の量は，道具を使っても使わなくても同じになる。これを，「仕事の原理」という。

■■説　明■■

●仕事の原理　　仕事の原理を別の表現で表すと，次のようになる。

一般に，仕事をするとき，道具を使えば必要な力を小さくすることはできるが，仕事で得をすることはできない。

➲道具を使っても，仕事の量は一定で変わりがない。

(力の大きさ)×(距離)は一定。力で得をすれば距離で損をすることになる。

●動滑車と仕事の原理　　動滑車と定滑車を組み合わせると，いろいろな組み合わせ滑車になるが，どのような場合でも仕事の原理は成り立っている。

図１の組み合わせ滑車では，物体は上向きに力をはたらかせる５本のひもによって支えられているので，ひもを引く力の大きさは，物体にはたらく重力の $\frac{1}{5}$，そのかわりひもをひく距離は，物体を動かす距離の５倍になる。

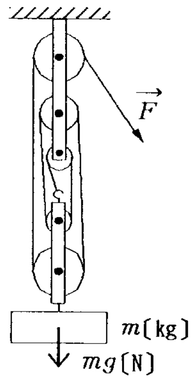


図１

一般に，動滑車を支えるひもの数を n 本とすると，

$$
\begin{cases}
\text{ひもを引く力　　物体にはたらく重力の } \dfrac{1}{n} \text{ 倍} \\
\text{ひもを引く距離　物件を動かす距離の } n \text{ 倍} \\
\text{仕事　} W=\dfrac{1}{n}mg\times nh=mgh \text{〔J〕}
\end{cases}
$$

となる。

●てこ，輪軸と仕事の原理　　てこを動かすときの力は，腕の長さ（支点からの距離）に反比例している。また，輪軸を使う場合も，力は，中心からの距離に反比例している。ここで，図２，図３における力のつりあいを考えると，次の式が成り立つ。

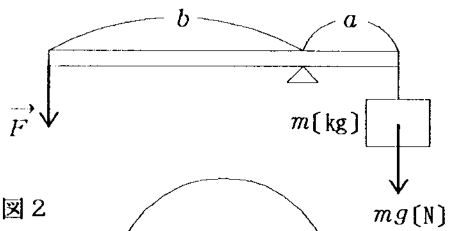


図２

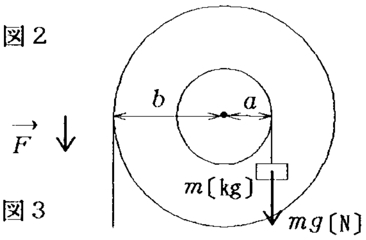


図３

$$mg\times a=F\times b$$

$$\therefore\quad F=\frac{a}{b}mg\text{〔N〕}$$

一方，おもりを h〔m〕持ち上げるのに，$\vec{F}$ をはたらかせる，てこの端や輪軸のひもを x〔m〕下げるとすると，次の式が成り立つ。

$$a:h=b:x\qquad\therefore\quad x=\frac{b}{a}h\text{〔m〕}$$

したがって，てこや輪軸を使っておもりを持ち上げる仕事は，

$$W=F\times x=\frac{a}{b}mg\times\frac{b}{a}h=mgh\text{〔J〕}$$

となり，仕事の原理が成り立っていることがわかる。

●斜面と仕事の原理　　動滑車，てこ，輪軸などの道具を使わなくても，斜面を利用すれば，小さな力で物体に仕事をすることができる。

図４のように，30°の斜面を例に考えてみよう。物体にはたらく重力を mg〔N〕とすると，斜面に平行な方向の分力の大きさは，$mg\sin30^\circ=\frac{1}{2}mg$〔N〕になる。

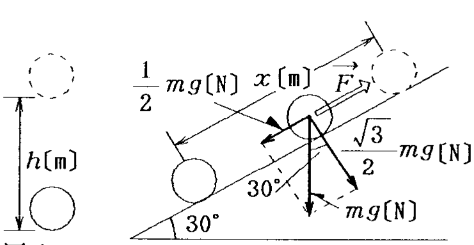


図４

すなわち，物体が斜面をすべり落ちようとする力が $\frac{1}{2}mg$〔N〕，これに逆らって物体を斜面に沿っておし上げていくのに必要な力 $\vec{F}$ の大きさは，$F=\frac{1}{2}mg$〔N〕となる。

物体を高さ h〔m〕の分だけ引き上げるために物体が移動する距離 x〔m〕は，

$$x\sin30^\circ=h\qquad\therefore\quad x=2h\text{〔m〕}$$

となる。

これらの結果から，仕事 W は，

$$W = F \times x = \frac{1}{2} m g \times 2h = m g h \text{〔J〕}$$

となり，斜面を使わない場合と等しくなる。したがって，やはり，仕事の原理が成り立っている。

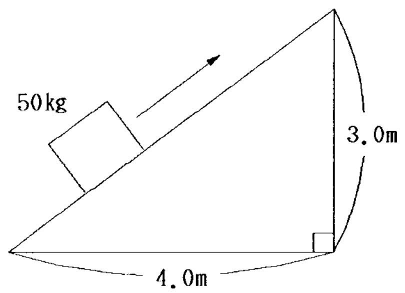
仕事の原理とは，どのようにくふうしても，mgh〔J〕の仕事を必要とする場合には，mgh〔J〕の仕事をしてやらなければならないことを示していると考えればよい。

実際には，今説明の際に無視していた動滑車の重さ，道具の摩擦が加わってくるので，mgh〔J〕以上の仕事をしてやる必要がある。

---

1 (7261) D02

右図のような斜面の下から頂上まで，50 kg の物体をおし上げたい。このとき，斜面に摩擦がないものとし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 として次の問いに答えなさい。



(1) 物体を斜面上でおし上げるのに必要な力は何 N か。

〔　　　　　　　　〕

(2) 物体を斜面を使って，斜面の下から頂上までおし上げるのに必要な仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(3) 斜面を使わず，物体をまっすぐ上に頂上まで持ち上げるときに必要な仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(4) (2)と(3)は等しいか，等しくないか。

〔　　　　　　　　〕

(5) (4)のことを一般に何とよぶか。

〔　　　　　　　　〕

2 (7262) D02

質量 m〔kg〕の物体を高さ h〔m〕持ち上げるのに，右の図のようなものの助けをかりた。それぞれについて，

① 物体を動かすのに必要な力は何 N か。

② 力を加え続けた距離は何 m か。

③ 力のした仕事は何 J か。

ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とし，滑車の大きさは同じで同じものを使い，道具の重さ，摩擦などはないものとする。

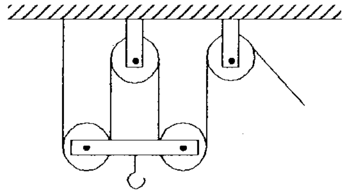


図 1

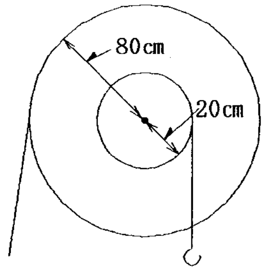


図 2

(1) 組み合わせ滑車（右図 1）

① 〔　　　　　　　　〕

② 〔　　　　　　　　〕

③ 〔　　　　　　　　〕

(2) 半径 20 cm の小輪と半径 80 cm の大輪を組み合わせた輪軸（右図 2）

① 〔　　　　　　　　〕

② 〔　　　　　　　　〕

③ 〔　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7270)

●学習の視点　　仕事率の意味と使い方をしっかりマスターしよう。

テーマ　仕事率

●同じ仕事をする場合でも，短い時間で仕事をするほうが能率がいい。
●そこで，そのめやすとして「仕事率」を考える。

【仕事率】

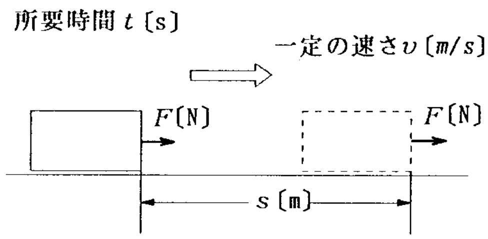
仕事の能率は，単位時間あたりにする仕事で表し，これを「仕事率」という。
t〔s〕間にW〔J〕の仕事をするときの仕事率P〔W〕は，次の式で表される。

$$P=\frac{W}{t}$$

仕事の単位は，W（ワット）で，1sに1Jの仕事をするときの仕事率が1Wである。
（1〔W〕=1〔J/s〕）

■■説　明■■

●仕事率　　右図のように，物体に一定の力F〔N〕を加え続け，時間t〔s〕の間に距離s〔m〕動かしたときの仕事率を考えてみよう。



物体にした仕事W〔J〕は，$W=Fs$〔J〕である。この仕事をするのに要した時間はt〔s〕だから，仕事率P〔W〕は，次のようになる。

$$P=\frac{W}{t}=\frac{Fs}{t}\text{〔W〕}$$

物体が一定の速さv〔m/s〕で移動しているとき，$\frac{s}{t}$は物体の速さを表しているから，$v=\frac{s}{t}$である。よって，仕事率P〔W〕は，次のように表すこともできる。

$$P=\frac{Fs}{t}=Fv\text{〔W〕}$$

反対に，仕事率から，仕事を求めることもできる。P〔W〕の仕事率で時間t〔s〕だけ仕事をしたとき，その仕事W〔J〕は，$P=\frac{W}{t}$を変形して，次のように表せる。

$$W=Pt\text{〔J〕}$$

●仕事率の単位　　ワットという単位は，電気のほうでもなじみのある単位で，電力の単位である。60Wの電球，500Wの電熱器などと使う。このワットの単位は，仕事率の単位なのである。仕事率の単位には，キロワット〔単位：kW〕もある。1〔kW〕=1000〔W〕である。

自動車のエンジンの仕事率を表すとき，「馬力」という単位を使っている。1馬力は約735Wである。

また，逆に，1kWの仕事で1時間に行う仕事を，1kWh(キロワット時)という。これは，電気でいう「電力量」にあたる。1〔W〕=1〔J/s〕，1〔kW〕=10^3〔W〕であるから，

$$1\text{〔kWh〕}=3.6\times10^3\times10^3\text{〔W·s〕}=3.6\times10^6\text{〔J〕}$$

である。

---

1 (7271) D02

次のような仕事をした場合の仕事率は何 W か。

(1) t〔s〕間に，W〔J〕の仕事をした。

〔　　　　　　〕

(2) t〔s〕間に，物体に F〔N〕の力を加え，s〔m〕移動させた。

〔　　　　　　〕

(3) 物体に F〔N〕の力を加え続け，一定の速さ v〔m/s〕で移動させた。

〔　　　　　　〕

2 (7272) D02

次のような仕事をした場合の仕事率は何 W か。

(1) 15 s かかって，60 J の仕事をした。

〔　　　　　　〕

(2) 物体に 5.0 N の力を加え，6.0 s 間に 12 m 移動させた。

〔　　　　　　〕

(3) 物体に 10 N の力を加え，3.0 m/s の等速運動をさせた。

〔　　　　　　〕

(4) 質量 100 kg の物体を 35 s かかって 5.0 m 持ち上げた。ただし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

〔　　　　　　〕

3 (7273) D02

次のような場合の仕事を求めなさい。

(1) 仕事率 P〔W〕で，t〔s〕間仕事をしたときの仕事。

〔　　　　　　〕

(2) 仕事率 10 W のモーターを 5.0 s 間動かしたとき，モーターのする仕事。

〔　　　　　　〕

(3) 仕事率 60 W のモーターを 10 s 間動かしたとき，モーターのする仕事。

〔　　　　　　〕

§3 運動エネルギー

D03

これから，「仕事」の学習の発展として「エネルギー」について学習していきます。エネルギーはさまざまな形で存在していますが，これまで学習してきた物体の運動をもとに，物体の運動とエネルギーの関係から学習することにしましょう。

◇考え方のポイント◇

◆運動エネルギー

物体が運動していることによってもつエネルギーを，「運動エネルギー」という。運動エネルギー E_k〔J〕(または K〔J〕と表す) は，質量を m〔kg〕，速さを v〔m/s〕とすると，次の式で表される。

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

◆運動エネルギーと仕事

物体の運動エネルギーは，その物体にあたえられた仕事の量だけ変化する。質量 m〔kg〕の物体が外力 F〔N〕を受けながら，その方向に s〔m〕だけ移動する間に，速さが v_0〔m/s〕から v〔m/s〕になったとすれば，次の関係がある。

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=Fs=W$$

ただし，W〔J〕は，物体が外部からされた仕事 (または外部にした仕事) である。

➲上式の関係を，「エネルギーの原理」という。

1 (0031) ☐ ➲類題 7280 運動エネルギー

質量 720 kg の自動車が速さ 60 km/h で走っているときにもっている運動エネルギーは，何 J か。

〔　　　　　　〕

2 (0032) ☐ ➲類題 7290 運動エネルギーと仕事

質量 30 kg の物体が 10 m/s で運動しているとき，その速さを 40 m/s に増すためには，どれだけの仕事をこの物体に加えなければならないか。

〔　　　　　　〕

3 (0033) ☐ ➲類題 7300 運動エネルギーと仕事の関係(1)

左向きに 7.0 m/s の速さで等速度運動をしている質量 4.0 kg の物体に，右向きに力を加えながら −48 J の仕事をした。物体の速さは何 m/s になったか。

〔　　　　　　〕

4 (0034) ☐ ➲類題 7310 運動エネルギーと仕事の関係(2)

質量 5.0 kg の物体が，なめらかな水平面上で右向きに 2.0 m/s で運動している。その後，物体は一様に速さを増していって，5.0 s 後には 4.0 m/s となった。これについて，次の問いに答えなさい。

(1) 5.0 s 間に，この物体が外からされた仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

(2) 速さが増していく間に，物体にはたらいている力は何Nか。

〔　　　　　　　　〕

(3) 5.0s間に物体が移動した距離は何mか。

〔　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7280)

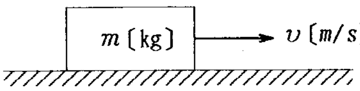
●学習の視点　　ここでは，運動エネルギーについて理解することがポイントである。

テーマ　運動エネルギー

●運動している物体は，停止するまでの間に，ほかの物体に対して仕事をすることができる。したがって，運動しているときには「エネルギー」をもっているという。

●物体が運動していることによってもつエネルギーを「運動エネルギー」という。

$E_k=\frac{1}{2}mv^2$



●運動エネルギーの大きさは，運動している物体の質量と，物体の速さによって決まる。

【運動エネルギー】

質量 m〔kg〕の物体が，速さ v〔m/s〕で運動しているときの運動エネルギー E_k〔J〕(または K〔J〕)は，次の式で表される。

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

■■説　明■■

●運動エネルギー　　前に学習した等加速度直線運動を例にとりあげて，運動エネルギーを考えてみよう。

図1のように，速さ v〔m/s〕で運動していた質量 m〔kg〕の物体Aが一様に減速して，s〔m〕進んで停止したとする。速さが変化しているときには，加速度が生じていたはずである。この加速度の大きさを a〔m/s²〕とする。物体に加速度が生じているときには，物体には力がはたらいている。この力の大きさを F〔N〕とすると，

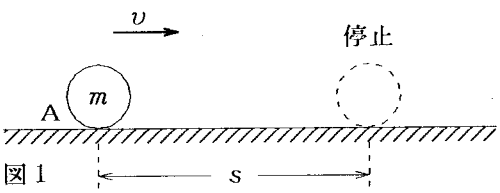


図1

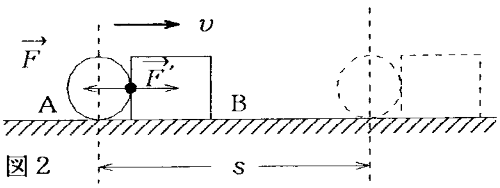


図2

加速度 $\vec{a}$ と力 $\vec{F}$ の向きはともに運動方向と逆向きで，力の大きさと加速度の大きさの関係は，次の式で示される。

$$F=ma$$

ここで，物体Aにはたらく力 $\vec{F}$ は，ほかの物体Bが物体Aに加えたものと考えてみよう。すると，図2のようになる。このとき，物体Aは力 $\vec{F}$ の反作用として，力 $\vec{F'}$ を物体Bにおよぼしている。いいかえると，物体Aは，物体Bに力 $\vec{F'}$ を加えて距離 s だけ移動させる仕事をして停止したことになる。ここで，$\vec{F}$ と $\vec{F'}$ は逆向きで同じ大きさの力だから，力 $\vec{F'}$ の大きさは ma〔N〕になり，加速度の大きさ a〔m/s²〕は，

$$a=\frac{F'}{m}$$

となる。つまり，物体Aは，運動方向と逆向きで，大きさが $\frac{F'}{m}$〔m/s²〕の加速度をもっていることになる。

以上のことから物体Aについて，等加速度直線運動の速度と移動距離の関係から，

次の式が成り立つ。

$$0-v^2=2\left(-\frac{F'}{m}\right)s$$

したがって，物体 A がした仕事 W〔J〕の大きさは，

$$W=F's=\frac{1}{2}mv^2$$

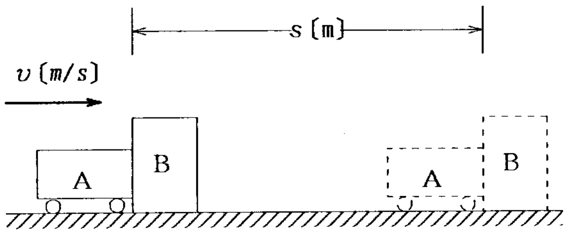
となる。

物体が停止するまでに，$\frac{1}{2}mv^2$〔J〕の仕事をすることができるということは，仕事をしていない状態（速さ v〔m/s〕で運動しているとき）では，$\frac{1}{2}mv^2$〔J〕の運動エネルギーをもっているということなのである。

---

1 (7281) D03

右図のように，質量 m〔kg〕の台車 A が v〔m/s〕の速さで物体 B に衝突し，物体 B を s〔m〕おしたところで止まった。台車 A が物体 B をおす力の大きさを F〔N〕として，次の問いに答えなさい。



(1) 台車 A が物体 B に衝突してから止まるまでの加速度の大きさを a〔m/s²〕として，a を F を使って表しなさい。

〔　　　　　　〕

(2) $v^2-v_0{}^2=2as$ と(1)の式から，台車 A が物体 B にした仕事を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(3) 台車 A が v〔m/s〕の速さで等速度運動をしているときにもっている運動エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　〕

2 (7282) D03

次の物体がもっている運動エネルギーを求めなさい。

(1) 速さ v〔m/s〕で等速度運動している質量 m〔kg〕の物体。

〔　　　　　　〕

(2) 速さ 5.0 m/s で等速度運動している質量 4.0 kg の物体。

〔　　　　　　〕

(3) 速さ 72 km/h で等速度運動している質量 500 kg の物体。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7290)

●学習の視点　　運動エネルギーと仕事について学習する。ここはよくテストに出るのでしっかり理解すること。

テーマ　運動エネルギーと仕事

●物体のもつ運動エネルギーは，物体の速さによって決まる。したがって，速さが大きくなると，運動エネルギーは増加し，反対に，速さが小さくなると，運動エネルギーは減少する。

●運動エネルギーを増加させるには，運動している物体に外から仕事をしてやらなければならない。運動エネルギーが減少するときには，物体は外に対して仕事をしている。

【運動エネルギーと仕事】

物体の運動エネルギーは，その物体にあたえられた仕事量だけ変化する。これを「エネルギーの原理」という。

質量 m〔kg〕の物体が外力 F〔N〕を受けながら，その方向に s〔m〕だけ移動する（変位する）間に，速さが v_0〔m/s〕から v〔m/s〕になったとすれば，次の関係がある。ただし，W〔J〕は，物体がされた（または，した）仕事である。

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=Fs=W$$

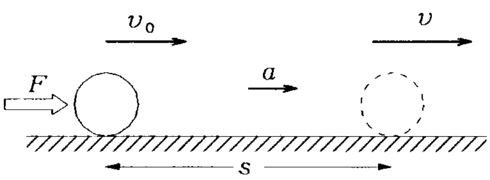
物体がされた仕事 = 運動エネルギーの増加

物体がした仕事 = 運動エネルギーの減少

■■説　明■■

●物体が外から仕事をされる（外力が物体に正の仕事をする）場合

右図のように，速さ v_0〔m/s〕で運動していた質量 m〔kg〕の物体が一様に速さを増し，s〔m〕移動したとき v〔m/s〕の速さになったとする。



物体に生じた加速度を a〔m/s²〕（右図の右向きを正と考える）として，等加速度直線運動の式をあてはめると，次のようになる。

$$v^2-v_0{}^2=2as \qquad \cdots\cdots\cdots ①$$

このとき，物体の運動エネルギーは，

速さ v_0 のとき，　$E_k=\frac{1}{2}mv_0{}^2$〔J〕

速さ v のとき，　$E_k'=\frac{1}{2}mv^2$〔J〕

ここで，$v>v_0$ より，　$E_k'>E_k$

であるから，速さが大きくなった結果，運動エネルギーの増加は次のようになる。

$$E_k'-E_k=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2 \qquad \cdots\cdots\cdots ②$$

このエネルギーの増加は，どこからあたえられたのだろうか。

物体に加速度を生じさせるためには，物体に力を加えなければならない。この力は，運動の第２法則により，次の式であたえられる。

$$F=ma \qquad \cdots\cdots\cdots ③$$

よって，②に①，③をあてはめてみると，次のようになる。

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=\frac{1}{2}m(v^2-v_0{}^2)=\frac{1}{2}m\times 2as=\frac{1}{2}m\times 2\times\frac{F}{m}\times s=Fs$$

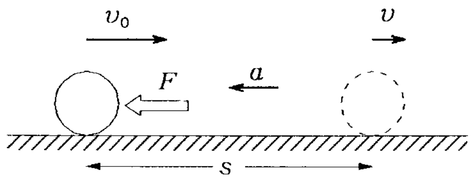
$$\therefore\ \frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=Fs \quad \cdots\cdots\cdots④$$

この式は何を意味しているのか。Fs，すなわち仕事をしていることである。物体に力を加えて移動させることは，物体の速さをより大きくしていることといえる。加速してやることは，物体が外から仕事をされたことであり，外力が物体に正の仕事をしたことになる。このとき，運動エネルギーは増加するのである。

●物体が外力に逆らって（抗して）仕事をする（外力が物体に負の仕事をする）場合

右図のように，$v_0>v$ の場合，つまり，物体が減速する場合は，逆に考えればよい。上の①，②は同じように成り立つ。③の式，

$$F=ma$$



において，右図のように減速するときの加速度の向きは負，力の向きも負となる。しかし，④の式，

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=Fs \quad \cdots\cdots\cdots④$$

は，同様に成り立つのである。ただし，Fs において F が負だから，仕事も負となる。この図からもわかるように，外力が物体に負の仕事をするということは，物体が外力に逆らって仕事をしていることである。このとき，$v_0>v$ であるから，

$$E_k{}'<E_k$$

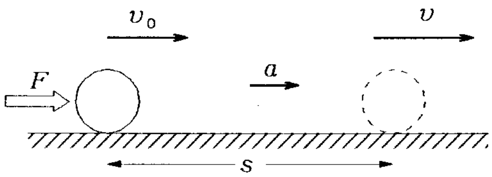
であり，速さが小さくなって，運動エネルギーが減少するのである。

この場合，一般に物体の失った運動エネルギーの量（$E_k-E_k{}'$）だけの熱が発生する。このことについては，第5章「熱とエネルギー」でくわしく説明する。

---

1 (7291) D03

質量 m〔kg〕の物体が外力 F〔N〕を受けながら，その方向に s〔m〕だけ移動する間に，速さが v_0〔m/s〕から v〔m/s〕になったとき，次の問いに答えなさい。



(1) 物体に生じた加速度を a〔m/s〕として，等速直線運動の式をつくりなさい。
〔　　　　　　　　　　〕

(2) 速さ v_0〔m/s〕のときの物体のもつ運動エネルギー E_k〔J〕を式で表しなさい。
〔　　　　　　　　　　〕

(3) 速さが v〔m/s〕になったときの物体のもつ運動エネルギー $E_k{}'$〔J〕を式で表しなさい。
〔　　　　　　　　　　〕

(4) $v>v_0$ として，運動エネルギーの増加 $E_k{}'-E_k$ を表す式を書きなさい。
〔　　　　　　　　　　〕

(5) 外力 F〔N〕を，m，a を使って表しなさい。
〔　　　　　　　　　　〕

(6) (5)と(1)，(4)の結果から，$E_k{}'-E_k$ を F と s を使って表しなさい。
〔　　　　　　　　　　〕

(7) 外力 F〔N〕が，物体を s〔m〕移動させたときの仕事 W〔J〕を表す式を書きなさい。
〔　　　　　　　　　　〕

(8) (6)，(7)の結果から，W を m，v，v_0 を使って表しなさい。
〔　　　　　　　　　　〕

2 (7292) D03

はじめ速さ5.0 m/sで等速度運動していた質量2.0 kgの物体が，一様に速さを増して，10 m/sの速さになった。これについて，次の問いに答えなさい。

(1) この物体が5.0 m/sの速さで等速度運動をしているときにもっていた運動エネルギーを求めなさい。

〔　　　　　　　〕

(2) この物体の速さが10 m/sになったときにもっている運動エネルギーを求めなさい。

〔　　　　　　　〕

(3) 速さが5.0 m/sのときと10 m/sのときを比べて，この物体のもつ運動エネルギーは，増加したか，減少したか。

〔　　　　　　　〕

(4) 速さが5.0 m/sから10 m/sになる間に，この物体は外に対して仕事をしたか，外から仕事をされたか。

〔　　　　　　　　　　　　〕

3 (7293) D03

次の問いに答えなさい。

(1) v〔m/s〕の速さで等速度運動していた質量m〔kg〕の台車に力を加え続けたところ速さがv'〔m/s〕になった。力のした仕事はいくらか。ただし，$v<v'$とする。

〔　　　　　　　　　　　　〕

(2) 質量100 kgの物体が時速36 kmで運動しているとき，その速度を時速72 kmに増すためには，どれだけの仕事をこの物体に加えなければならないか。

〔　　　　　　　〕

(3) 投手が0.15 kgのボールを120 km/hの速さで投げた。投手がボールに対してする仕事はいくらか。

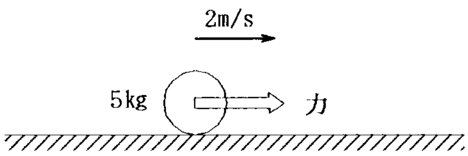
〔　　　　　　　〕

類題トレーニング(7300)

●例題の視点　　前テーマの応用問題である。式をうまく利用することがポイントとなる。

基本例題　運動エネルギーと仕事の関係(1)

右図のように，右向きに2 m/s の速さで運動している質量5 kg の物体に，右向きの力を加えながら30 J の仕事をした。物体と床との間に摩擦力がはたらいていないとき，物体の速さは何 m/s になるか。



●物体の質量は5 kg で，物体は右向きに2 m/s の速さであった。

●それに右向きの力を加えた。よって，摩擦がないのだから，速さは増加するだろう。

●物体が外からされた仕事は，30 J である。

●力の大きさや動いた距離はわからない。

■■考え方■■

エネルギーの原理の式，

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=Fs=W$$

を用いる。F と s はあたえられていないが，W の値があたえられている。

この場合は，外力が物体に正の仕事をした場合である。

外力が物体に負の仕事をする場合も同じように考えればよい。

■■解　答■■

物体の質量を m，はじめの速さを v_0，求める速さを v とし，外力が物体にした仕事を W とすると，運動エネルギーと仕事の関係（エネルギーの原理）より，

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2(=Fs)=W$$

この式を変形して整理すると，

$$v^2-v_0{}^2=\frac{2W}{m}\qquad\therefore\quad v^2=v_0{}^2+\frac{2W}{m}$$

この式にあたえられた数値を代入すると，

$$v^2=2^2+\frac{2\times30}{5}=16$$

$v>0$ であるから，　$v=4$〔m/s〕

答え　4 m/s

研　究

ここでちょっと気になることがある。等加速度直線運動を考えるときには，加速度の大きさを求めてから加速後の速さを求めていた。これを検算してみよう。

● 30 J ⇨ 10 N の力を加え，3 m 移動した

$$v^2-v_0{}^2=2ax\qquad v^2-2^2=2a\times3$$

$$F=ma\qquad 10=5\times a\qquad a=\frac{10}{5}=2\ \text{〔m/s}^2\text{〕}$$

$\therefore \quad v^2-2^2=2\times2\times3 \qquad v=4$〔m/s〕

● 30 J ⇨ 5 N の力を加え，6 m 移動した

$v^2-2^2=2a\times6$

$5=5\times a \qquad a=1$〔m/s²〕

$\therefore \quad v^2-2^2=2\times1\times6 \qquad v=4$〔m/s〕

よって，どれぐらいの力を加え何 m 移動したかが問題なのではなく，30 J の仕事をしたことで速さが決まってしまうことがよくわかるね。

□ここがポイント!□

次の式を用いる。 $\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=Fs=W$

---

1 (7301) D03

右向きに 3.0 m/s の速さで等速度運動をしている質量 2.0 kg の物体がある。これについて，次の問いに答えなさい。

(1) この物体のもっている運動エネルギーを求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

(2) この物体に，右向きに力を加えながら 16 J の仕事をした。物体の速さは何 m/s になったか。

〔　　　　　　　　〕

(3) この物体に，左向きに力を加えながら 5.0 J の仕事をした。物体の速さは何 m/s になったか。

〔　　　　　　　　〕

2 (7302) D03

次の問いに答えなさい。

(1) 右向きに 10 m/s の速さで等速度運動をしている質量 1.0 kg の物体に，右向きに力を加えながら 22 J の仕事をした。物体の速さは何 m/s になったか。

〔　　　　　　　　〕

(2) 左向きに 4.0 m/s の速さで等速度運動をしている質量 5.0 kg の物体に，左向きに力を加えながら 50 J の仕事をした。物体の速さは何 m/s になったか。

〔　　　　　　　　〕

(3) 右向きに 5.0 m/s の速さで等速度運動をしている質量 10 kg の物体に，左向きに力を加えながら 80 J の仕事をした。物体の速さは何 m/s になったか。

〔　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7310)

●例題の視点　　これも運動エネルギーと仕事についての応用問題である。場面をしっかりととらえて，式を適用できるように練習をすること。

基本例題　運動エネルギーと仕事の関係(2)

右図のように，なめらかな水平面上に右向きに運動している質量2.5kgの物体がある。この物体の速さを調べたところ，測定を始めたときには2.0m/s(図1)で，その後一様に速さを増していって，3.0s後には8.0m/sになった(図2)。これについて，次の問いに答えなさい。有効数字2桁で答えなさい。

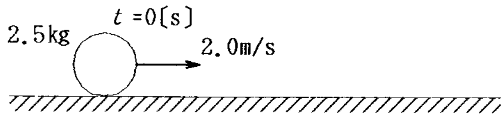


図1

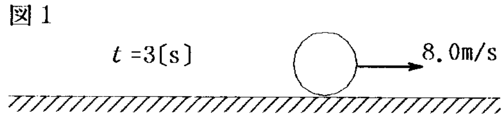


図2

(1) 3.0s間に，この物体が外からされた仕事は何Jか。

(2) 速さが増していく間に物体にはたらいている力は何Nか。

(3) 3.0s間に物体が移動した距離は何mか。

●物体の質量は2.5kg。

●水平面上に摩擦はなく，物体は右向きに動く。

●はじめの速さが2.0m/sで，3.0s後に8.0m/sとなった。

■■考え方■■

エネルギーの原理の式より，

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=Fs=W$$

である。この式を使って順々に解いていけばよい。

運動エネルギーの増加分が，物体が外からされた仕事にあたる場合である。

■■解　答■■

(1) 運動エネルギーと仕事の関係(エネルギーの原理)より，物体の質量を m〔kg〕，測定し始めの速さを v_0〔m/s〕，3.0s後の速さを v〔m/s〕，物体にはたらいている力を F〔N〕，移動した距離を s〔m〕，物体が外からされた仕事を W〔J〕とすると，

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=Fs=W$$

よって，あたえられた数値を代入すると，

$$W=\frac{1}{2}m(v^2-v_0{}^2)=\frac{1}{2}\times2.5\times(8.0^2-2.0^2)=75\text{〔J〕}$$

答え　75 J

(2) この3.0s間の加速度がわかれば，運動の第2法則から，物体にはたらいている力を求めることができる。t〔s〕間の加速度を a〔m/s²〕とすると，

$$a=\frac{v-v_0}{t}=\frac{8.0-2.0}{3.0}=2.0\text{〔m/s}^2\text{〕}$$

よって，運動の第2法則より，

$$F=ma=2.5\times2.0=5.0\text{〔N〕}$$

答え　5.0 N

(3) (1)，(2)の結果と $W=Fs$ より，

$$s=\frac{W}{F}=\frac{75}{5.0}=15\ [\mathrm{m}]$$

答え　15 m

➲次のような，等加速度運動の式を用いて求めてもよい。

$$x=v_0 t+\frac{1}{2}at^2 \quad または \quad v^2-{v_0}^2=2ax$$

□ここがポイント!□

次の式を使う。　$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}m{v_0}^2=Fs=W$

---

1 (7311)　D03

質量 2.0 kg の物体が，なめらかな水平面上を，ある瞬間に 3.0 m/s の速さで運動していた。その後一様に速さを増していって，2.0 s 後には 6.0 m/s となった。これについて，次の問いに答えなさい。

(1) この物体が，3.0 m/s で運動していたときもっていた運動エネルギー E_k と，速さが 6.0 m/s になったときにもっている運動エネルギー E_k' は，それぞれ何 J か。

E_k〔　　　　　　　〕
E_k'〔　　　　　　　〕

(2) この 2.0 s 間に，物体が外からされた仕事は何 J か。

〔　　　　　　　〕

(3) 速さが増していく間に物体にはたらいている力は何 N か。

〔　　　　　　　〕

(4) 2.0 s 間に移動した距離は何 m か。

〔　　　　　　　〕

2 (7312)　D03

質量 m〔kg〕の物体が，なめらかな水平面上を，ある瞬間に右向きに v_0〔m/s〕の速さで運動していた。その後，一様に速さを増していって，t〔s〕後には v〔m/s〕となった。これについて，次の問いに答えなさい。

(1) t〔s〕間に，この物体が外からされた仕事 W〔J〕は，いくらか。

〔　　　　　　　〕

(2) 速さが増していく間に物体にはたらいている力 F〔N〕は，いくらか。

〔　　　　　　　〕

(3) t〔s〕間に物体が移動した距離 s〔m〕を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

3 (7313)　D03

質量 m〔kg〕のボールを，高さ h〔m〕のところから地面に向かってまっすぐに初速度 v_0〔m/s〕で投げた。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

(1) ボールが地面につくまでの間に，ボールが重力にされた仕事はいくらか。

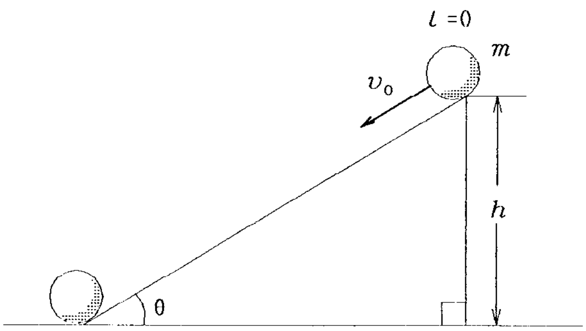
〔　　　　　　　〕

(2) ボールが地面についたときの速さを求めなさい。

〔　　　　　　　〕

4 (7314) D03

右図のように，角度 θ の摩擦のない斜面上に沿って，質量 m〔kg〕の小球が時刻 $t=0$ で高さ h〔m〕の位置を速度 v_0〔m/s〕で斜面に沿って運動している。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。



(1) 小球の高さが0になるまでに重力のする仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(2) 高さが0になったとき，小球のもつ運動エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(3) 高さが0になったとき，小球のもつ速さは何m/s か。

〔　　　　　　　　〕

§4 位置エネルギー

D04

§3で学習した運動エネルギーは，速さの2乗に比例しました。すると，速さが0のときは，運動エネルギーは0になってしまいます。しかし，速さが0の物体でも，エネルギーをもっている場合があるのです。きょうは，物体の置かれた位置によって，大きさにちがいのでてくるエネルギーについて考えることにしましょう。

◇考え方のポイント◇

◆重力による位置エネルギー

基準面からある高さにある物体のもつエネルギーを，「重力による位置エネルギー」という。重力による位置エネルギー E_p〔J〕(またはU〔J〕と表す)は，物体の質量を m〔kg〕，基準面からの高さを h〔m〕，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕として，次の式で表される。

$$E_p = mgh$$

◆重力による位置エネルギーの増減と仕事

物体を持ち上げる仕事をすると，物体にした仕事の分だけ，物体のもつ位置エネルギーは増加する。また，物体が外に対して仕事をすると，外にした仕事の分だけ，物体のもつ位置エネルギーは減少する。

◆弾性力による位置エネルギー

変形したばねのもつエネルギーを，「弾性力による位置エネルギー」という。弾性力による位置エネルギー $E_{p'}$〔J〕(またはU〔J〕と表す)は，ばね定数を k〔N/m〕，変形の大きさを x〔m〕として，次の式で表される。

$$E_{p'} = \frac{1}{2}kx^2$$

◆弾性力による位置エネルギーの増減と仕事

ばねに対して外から仕事をすると，ばねにした仕事の分だけ，弾性力による位置エネルギーは増加する。また，ばねが外に対して仕事をすると，外にした仕事の分だけ，弾性力による位置エネルギーは減少する。

1 (0035) □ ➲類題7320 重力による運動エネルギー

地面を重力による位置エネルギーの基準として，質量45kgの人が地下12mのところにいる場合の重力による位置エネルギーを求めなさい。ただし，重力加速度の大きさを9.8m/s^{2}とする。

〔　　　　〕

2 (0036) □ ➲類題7330 重力による位置エネルギーの増減と仕事

質量2.0kgの物体を静かに持ち上げるのに，物体に対して40 Jの仕事をした。重力加速度の大きさを10m/s^{2}として，次の問いに答えなさい。

(1) 物体のもつ位置エネルギーの増加分は何 J か。

〔　　　　〕

(2) 物体は，はじめの位置より何m高くなっているか。　〔　　　　〕

3　(0037) ［　］　➡類題 7340　弾性力による位置エネルギー

ばね定数 40 N/m のばねがある。このばねののびが 0.10 m のときと 0.40 m のときの弾性力による位置エネルギーの差はいくらか。

〔　　　　　　〕

4　(0038) ［　］　➡類題 7350　弾性力による位置エネルギーの増減と仕事

0.10 kg の分銅をつり下げると，0.10 m のびるばねがある。次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを $9.8\,\mathrm{m/s^2}$ とする。

(1)　このばねのばね定数は何 N/m か。

〔　　　　　　〕

(2)　このばねを 0.50 m 引きのばしたとき，たくわえられる位置エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　〕

(3)　(2)のばねをさらに引きのばすのに，1.9 J の仕事をした。このとき，ばねにたくわえられる位置エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　〕

(4)　(3)の状態のばねは，自然の長さから何 m のびているか。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7320)

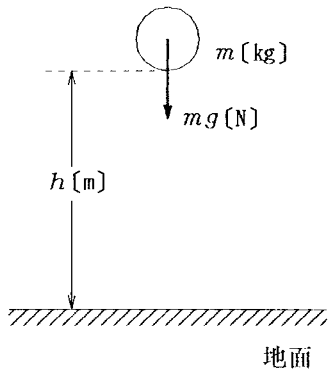
●学習の視点　　重力による位置エネルギーについて学習する。運動エネルギーとどうちがうかはっきりさせること。

テーマ　重力による運動エネルギー

●地球上にあるすべての物体には，重力がはたらいている。したがって，地球上にある物体は，重力を受けて鉛直下向きに落下しようとする。

➲質量 m〔kg〕の物体にはたらく重力の大きさ w〔N〕は，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕として，次のように表せる。

$$w = mg$$



●右図のように，地面より高いところにある物体は，落下すると，地面をくぼませるなどの仕事をすることができる。いいかえると，高いところにある物体はエネルギーをもっている。

●地球上で，高い位置にある物体がもっているエネルギーを「重力による位置エネルギー」という。

●重力による位置エネルギーは，物体の質量と，地面（基準面）からの高さによって決まる。

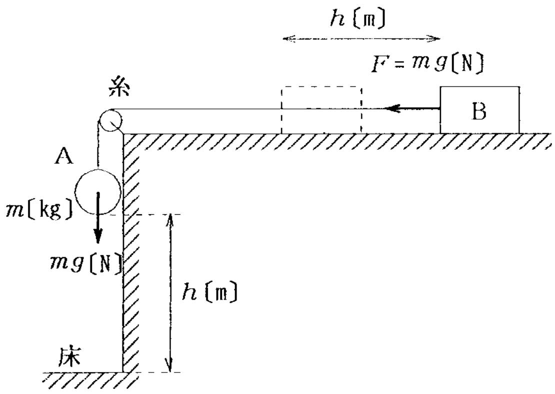
【重力による位置エネルギー】

基準面から高さ h〔m〕のところにある質量 m〔kg〕の物体がもつ位置エネルギー E_p〔J〕（または U〔J〕）は，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕として，次の式で表される。

$$E_p = mgh$$

■■説　明■■

●重力による位置エネルギー　　右図のような装置で，物体Aが等速度で落下したとする。物体Aが h〔m〕落下すると，糸でつながれた物体Bは，等速度で h〔m〕移動する。このとき，物体Aにはたらく重力が mg〔N〕だから，物体Bにはたらく力も mg〔N〕となる。

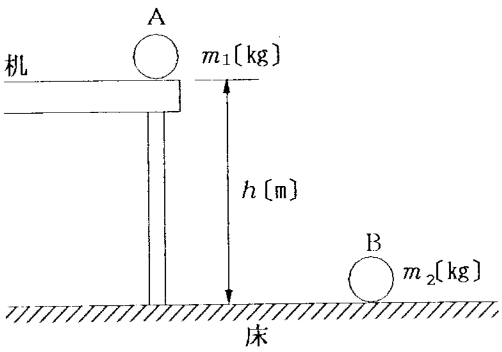


物体Aは h〔m〕落下する間に，物体Bに対して，

$$mg \times h = mgh〔J〕$$

の仕事をすることになる。つまり，床から h〔m〕の高さにある質量 m〔kg〕の物体は，ほかの物体に対して，mgh〔J〕の仕事をすることができる状態にあるので，mgh〔J〕のエネルギーをもっているといえる。これが「重力による位置エネルギー」である。

●基準面と位置エネルギー　物体のもつ位置エネルギーは，基準面のとり方によってちがってくる。右図の物体A，Bを例に考えてみよう。



物体Aは，床を基準面にとると，床から高さ h〔m〕の位置にあるので，m_1gh〔J〕の位置エネルギーをもっている。ところが，机を基準面にとるとどうなるか。机からの高さは0mである。つまり，物体Aは，机を基準面にとると，その位置エネルギーは，

$$m_1 \times g \times 0 = 0〔J〕$$

となる。

このように，物体のもつ位置エネルギーは，基準面のとり方によってちがってくる。

物体が基準面よりも低い位置にある場合には，物体のもつ位置エネルギーは負で表す。

たとえば，右図で，机を基準面とすると，物体Bは基準面より h〔m〕低い位置にある。このとき，物体Bのもつ位置エネルギーは，$-m_2gh$〔J〕となる。

1　(7321)　D04

重力による位置エネルギーについて，次の問いに答えなさい。ただし，(2)，(3)では重力加速度の大きさを9.8m/s^{2}とし，有効数字2桁で答えなさい。

(1) 地面から h〔m〕の高さにある質量 m〔kg〕の物体の位置エネルギーは何Jか。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕で表すものとする。

〔　　　　　　　　〕

(2) 基準点を地面にとったとき，高さ20mのところにある質量1.0kgの物体の位置エネルギーは何Jか。

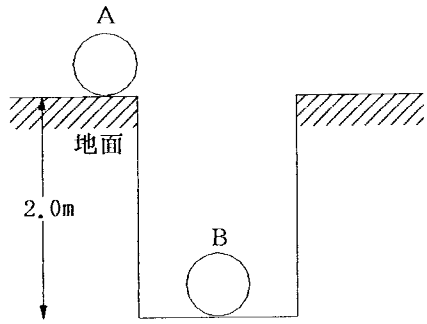
〔　　　　　　　　〕

(3) 深さ20mの井戸の底に置かれた質量1.0kgの物体の位置エネルギーは，地面を基準点にすると何Jか。

〔　　　　　　　　〕

2　(7322)　D04

右図のように，地面に質量5.0kgの物体Aが，深さ2.0mの井戸の底に質量1.5kgの物体Bがある。重力加速度の大きさを9.8m/s^{2}として，次の問いに答えなさい。有効数字2桁で答えなさい。



(1) 井戸の底を基準面としたとき，物体A，Bがそれぞれもつ位置エネルギーは何Jか。

A〔　　　　　　〕
B〔　　　　　　〕

(2) 地面を基準面としたとき，物体A，Bがそれぞれもつ位置エネルギーは何Jか。

A〔　　　　　　〕
B〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7330)

●学習の視点　　重力による位置エルギーの変化と仕事の関係について学習する。

テーマ 重力による位置エネルギーの増減と仕事

●同じ質量の物体でも，低い位置にある場合にもつ位置エネルギーは小さく，高い位置にある場合にもつ位置エネルギーは大きい。

●物体を持ち上げて，低い位置から高い位置へ移動させると，物体のもつ位置エネルギーは増加する。この物体の増加した位置エネルギーは，物体に外からした仕事と等しくなる。

●物体が高い位置から低い位置へ移動すると，物体のもつ位置エネルギーは減少する。この減少した位置エネルギーの分だけ，物体は外に対して仕事をする。

【重力による位置エネルギーの増減と仕事】

物体を持ち上げる仕事をすると，物体にした仕事の分だけ，物体のもつ位置エネルギーは増加する。また，物体が外に対して仕事をすると，外にした仕事の分だけ，物体のもつ位置エネルギーは減少する。

■■説　明■■

●位置エネルギーの増加と仕事　　図1のように質量 m〔kg〕の物体を持ち上げたときの，物体のもつ位置エネルギーの増加と，物体にした仕事を考えてみる。

重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とすると，aとbの位置で物体がもつ位置エネルギー E_p，E_p' は，それぞれ次のようになる。

$$E_p = mgh\text{〔J〕}$$

$$E_p' = mgh'\text{〔J〕}$$

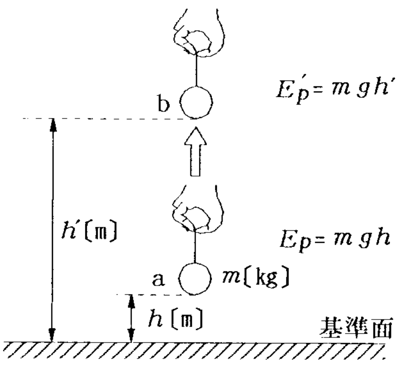


図1

したがって，aからbの位置まで移動したときの物体のもつ位置エネルギーの増加は，次の式で求められる。

$$E_p' - E_p = mgh' - mgh = mg(h' - h)\text{〔J〕}$$

このとき，手が物体にした仕事 W〔J〕は，手が物体に加える力が mg〔N〕，移動距離が $(h' - h)$〔m〕だから，次のようになる。

$$W = mg \times (h' - h) = mg(h' - h)\text{〔J〕}$$

以上のことから，物体のもつ位置エネルギーの増加した分は，外から物体にした仕事と等しくなることがわかる。いいかえると，物体を持ち上げる仕事をすると，物体にした仕事の分だけ，物体のもつ位置エネルギーは増加することになる。

●位置エネルギーの減少と仕事　　図２のように質量 m〔kg〕の物体を手で支えながら，静かに下ろす。このとき，a，b の位置で物体がもつ位置エネルギー E_p，E_p' はそれぞれ，

$$E_p = mgh〔\mathrm{J}〕$$
$$E_p' = mgh'〔\mathrm{J}〕$$

となるので，位置エネルギーの減少した分は，次の式で求められる。

$$E_p - E_p' = mgh - mgh'$$
$$= mg(h - h')〔\mathrm{J}〕$$

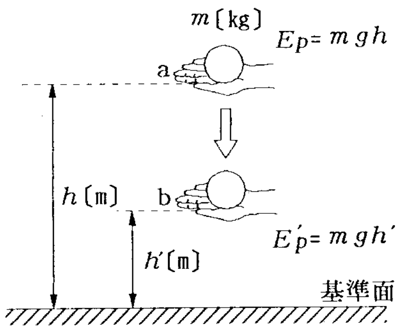


図２

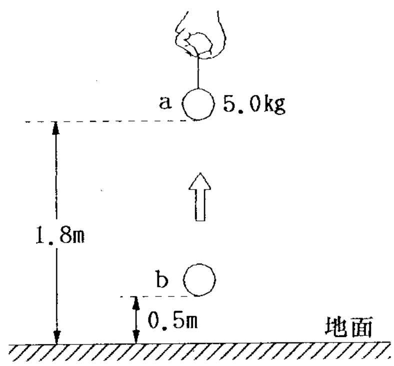
このとき，物体が手に加えた力は mg〔N〕，手を動かした距離は $(h - h')$〔m〕だから，物体が手にした仕事 W〔J〕は，

$$W = mg \times (h - h') = mg(h - h')〔\mathrm{J}〕$$

となる。以上のことから，物体のもつ位置エネルギーの減少した分だけ，物体は外に対して仕事をしたことがわかる。

1　(7331)　D04

右図のように，地面から 0.5 m の高さにある質量 5.0 kg の物体を，高さ 1.8 m のところまで静かに持ち上げた。位置エネルギーの基準面を地面，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 として，次の問いに答えなさい。有効数字３桁で答えなさい。



(1)　a と b の位置にあるとき，物体のもつ位置エネルギーはそれぞれ何 J か。

a〔　　　　　　　〕
b〔　　　　　　　〕

(2)　物体のもつ位置エネルギーの増加分は何 J か。

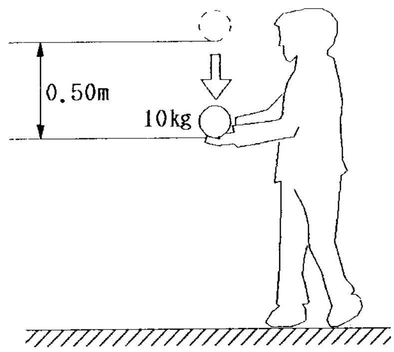
〔　　　　　　　〕

(3)　手が物体に加えた力（①）と，手が物体にした仕事（②）を求めなさい。

①〔　　　　　　　〕
②〔　　　　　　　〕

2　(7332)　D04

右図のように，質量 10 kg の物体を手で支えながら，0.50 m 下ろした。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 として，次の問いに答えなさい。



(1)　物体のもつ位置エネルギーの減少分は何 J か。

〔　　　　　　　〕

(2)　物体が手にした仕事は何 J か。

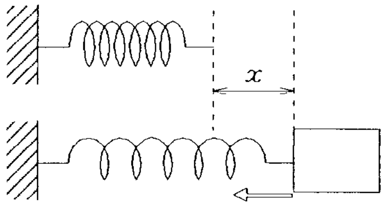
〔　　　　　　　〕

類題トレーニング(7340)

●学習の視点　　弾性力による位置エネルギーについて学習する。「ばね」は，多くの高校生の苦手とするところだから，しっかり説明を読んで理解すること。

テーマ　弾性力による位置エネルギー

●のびたり，縮んだりしたばねが自然の長さにもどるときには，ほかの物体に対して仕事をすることができる。したがって，のびたり，縮んだりしたばねはエネルギーをもっている。このばねのもつエネルギーを，「弾性力による位置エネルギー」(または，「弾性エネルギー」)という。



【弾性力による位置エネルギー】

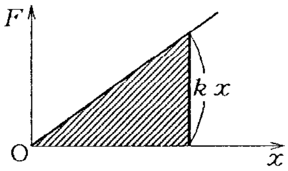
ばね定数 k〔N/m〕のばねが x〔m〕変形した状態にあるとき，ばねのもつ弾性力による位置エネルギー $E_{p'}$〔J〕(または U〔J〕)は，次の式で表される。

$$E_{p'}=\frac{1}{2}kx^2$$

■■説　明■■

●弾性力による位置エネルギー　　変形したばねは，自然の長さにもどるまでにほかの物体に対して仕事をすることができる。ばね定数 k〔N/m〕のばねを x〔m〕のばすときの仕事 W〔J〕は，右のグラフの面積で表されるから，

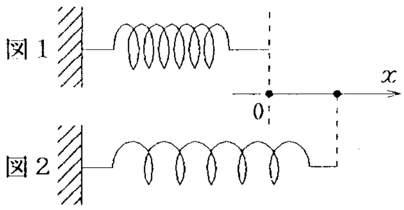
$$W=\frac{1}{2}\times x\times kx=\frac{1}{2}kx^2\text{〔J〕}$$



したがって，自然の長さより x〔m〕のびた，あるいは縮んだばねがすることのできる仕事は $\frac{1}{2}kx^2$〔J〕である。よって，このばねは $\frac{1}{2}kx^2$〔J〕のエネルギーをもっていることになる。これが「弾性力による位置エネルギー」である。

エネルギーを考えていくときにたいせつなことは，「変形したばねが自然の長さにもどるとき，$\frac{1}{2}kx^2$〔J〕の仕事をする。変形した状態では，仕事をしていないが，このさき $\frac{1}{2}kx^2$〔J〕の仕事をすることができる。だから，変形した状態は，エネルギーをもっている状態である。」と考えることである。

ところで，位置エネルギーというと，「重力による位置エネルギー」を思い出すことが多い。物体の置かれた位置(高さ)のちがいによってエネルギーの大きさがちがった。同じ場所に置かれたばねがのび縮みすることが位置の変化なのだろうか？



右図を見て考えよう。図1のように，ばねの一端を固定し，自然の長さにしたとき，ばねの他端の位置を原点とする。ばねを引きのばしたとき，のびの方向に座標軸を決めれば，ばねののびの大きさは，ばねの端の点の座標(すなわち位置)として表される。ばねが縮む場合でも，まったく同様に考えること

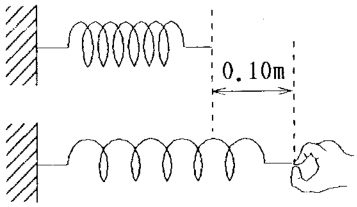
ができる。

ばねの変形によるエネルギーは，ばねの一端の位置変化によるエネルギーなのである。

---

1 (7341) D04

ばね定数60 N/mのつるまきばねに力を加え，0.10 mのばした。次の問いに答えなさい。



(1) 0.10 mのびた状態でばねのもつ弾性力による位置エネルギーは，何 J か。

〔　　　　　　〕

(2) 0.10 mのびた状態から自然の長さにもどるまでに，ばねが外に対してできる仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

2 (7342) D04

次のような状態にあるつるまきばねのもつ，弾性力による位置エネルギーは何 J か。(2)，(3)は，有効数字2桁で答えなさい。

(1) ばね定数 k〔N/m〕のばねが x〔m〕変形した状態。

〔　　　　　　〕

(2) ばね定数10 N/mのばねが0.040 mのびた状態。

〔　　　　　　〕

(3) ばね定数50 N/mのばねが0.050 m縮んだ状態。

〔　　　　　　〕

3 (7343) D04

弾性力による位置エネルギーについて，次の問いに答えなさい。

(1) ばね定数10 N/mのばねを 8.0×10^{-2} mだけのばしたとき，このばねの弾性力による位置エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　〕

(2) あるばねに質量0.50 kgのおもりをつるしたら，0.10 mのびてつりあった。このばねのばね定数は何 N/mか。また，このときばねのもつ弾性力による位置エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　〕

〔　　　　　　〕

(3) あるばねに100 gのおもりをつるしたら，2.0 cmだけのびた。このとき，このばねのもつ弾性力による位置エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7350)

●学習の視点　　重力による位置エネルギーの場合には，物体にした仕事と位置エネルギーの増加に密接な関係があった。では，ばねの場合はどうか。このことについて考える。

テーマ　弾性力による位置エネルギーの増減と仕事

●あとの説明のように，弾性力による位置エネルギーも，重力による位置エネルギーと同様に，外からされた仕事の分だけ増加し，外にした仕事の分だけ減少する。

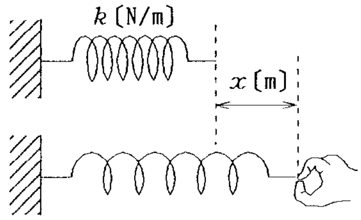
【弾性力による位置エネルギーの増減と仕事】

ばねに対して外から仕事をすると，その仕事の分だけ，ばねのもつ弾性力による位置エネルギーは増加する。また，ばねが外に対して仕事をすると，その仕事の分だけ，ばねのもつ弾性力による位置エネルギーは減少する。

■■説　明■■

●弾性力による位置エネルギーの増減と仕事

右図のように，ばね定数 k〔N/m〕のばねを自然の長さから x〔m〕のばした場合を考える。このとき手がばねにした仕事は，$\frac{1}{2}kx^2$〔J〕である。

図1
図2


ばねが図1と図2の状態でもつ弾性力による位置エネルギーをそれぞれ E_a，E_b とすると，次のようになる。

図1…$E_a=0$〔J〕

図2…$E_b=\frac{1}{2}kx^2$〔J〕

これから，弾性力による位置エネルギーの増加した分は，

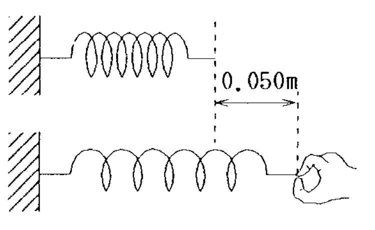
$$E_b-E_a=\frac{1}{2}kx^2-0=\frac{1}{2}kx^2\text{〔J〕}$$

となる。これは，ばねに対して外からした仕事（手がばねにした仕事）と等しい。このように，ばねに対して外から仕事をすると，ばねのもつ弾性力による位置エネルギーは，外からされた仕事の分だけ増加する。

反対に，ばねが外に対して仕事をする場合，これと同じように計算していくと，ばねが外にした仕事の分だけ，ばねのもつ弾性力による位置エネルギーが減少することがわかる。

1　(7351)　D04

右図のように，ばね定数 40 N/m のつるまきばねを，自然の長さから，0.050 m のばした。次の問いに答えなさい。有効数字2桁で答えなさい。

a
b


(1) 手がばねにした仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　　　　〕

(2) a と b の状態でばねのもつ弾性力による位置エネルギーは，それぞれ何 J か。

a〔　　　　　　　　　　　〕

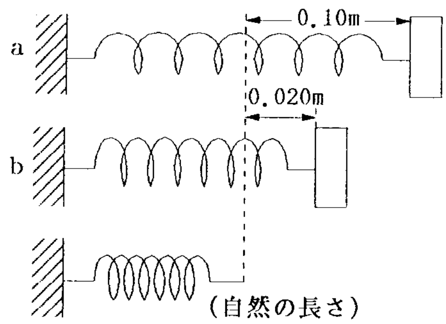
b〔　　　　　　　　　　〕

(3) 手がばねに仕事をすることによって，ばねのもつ弾性力による位置エネルギーは何 J 増加するか。

〔　　　　　　　　　　〕

2 (7352) D04

右図のように，ばね定数60 N/m のつるまきばねを使って，自然の長さから0.10 m のばした状態で物体をつなぎ，手をはなした。すると，ばねは自然の長さから0.020 m のびた状態で止まった。これについて，次の問いに答えなさい。有効数字2桁で答えなさい。



(1) a と b の状態でばねのもつ弾性力による位置エネルギーは，それぞれ何 J か。

a〔　　　　　　　　　　〕

b〔　　　　　　　　　　〕

(2) ばねのもつ弾性力による位置エネルギーの減少分は何 J か。

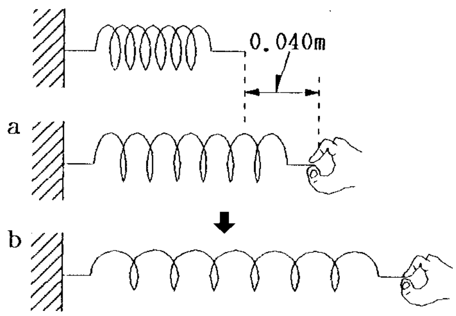
〔　　　　　　　　　　〕

(3) ばねが物体にした仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　　　〕

3 (7353) D04

右図のように，自然の長さから0.040 m のびたつるまきばねを，さらに引きのばすのに，0.12 J の仕事をした。このばねのばね定数を50 N/m として，次の問いに答えなさい。有効数字2桁で答えなさい。



(1) a の状態でばねのもつ弾性力による位置エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　　　〕

(2) b の状態でばねのもつ弾性力による位置エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　　　〕

(3) b の状態のばねは，自然の長さから何 m のびているか。

〔　　　　　　　　　　〕

§5 力学的エネルギー保存の法則(1)

D05

§3では運動エネルギー，§4では位置エネルギーについて学習しました。この2つのエネルギーについて，別べつに分けて学習してきましたが，実はたがいに関係があるのです。
ここでは，運動エネルギーと位置エネルギーの関係について考えることにしましょう。

◇考え方のポイント◇

◆力学的エネルギー保存の法則

動摩擦力や空気の抵抗力がはたらかないとき，力学的エネルギーは一定に保たれる。これを，「力学的エネルギー保存の法則」という。

運動エネルギーを E_k，位置エネルギーを E_p とすると，力学的エネルギー E は，次のように表される。

$$E=E_k+E_p=\text{一定}$$

➡自由落下運動，鉛直に投げ上げた物体の運動，なめらかな斜面をすべり落ちる物体の運動，なめらかな曲線上の運動などでは，力学的エネルギー保存の法則が成り立つ。

1 (0039) ➡類題7360 自由落下運動と力学的エネルギー保存の法則

質量1.0kgの物体を，20mのところから自由落下させた。力学的エネルギー保存の法則を用いて，物体が地面に衝突する直前の速さを求めなさい。ただし，重力加速度の大きさを9.8m/s^{2}とする。

〔　　　　〕

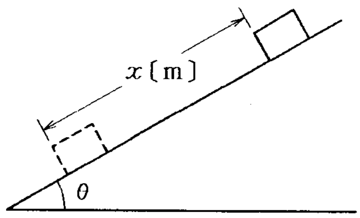
2 (0040) ➡類題7370 鉛直に投げ上げた物体の運動

地上2.0mのところから，質量0.20kgの物体を28m/sの速さで鉛直に投げ上げた。この物体が達する最高点の高さは地面から何mになるか。ただし，重力加速度の大きさを9.8m/s^{2}とする。

〔　　　　〕

3 (0041) ➡類題7380 なめらかな斜面をすべり落ちる物体の運動

右図のように，水平面と θ°傾いているなめらかな斜面上に質量 m〔kg〕の物体を置いたところ，物体はすべり始めた。これについて，次の問いに答えなさい。



(1) 斜面を x〔m〕すべり落ちたときの速さ v〔m/s〕はいくらか。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕として，g，x，θ を使って表しなさい。

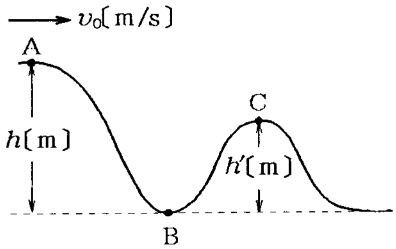
〔　　　　〕

(2) $x=3.6$〔m〕，$\theta=30°$，$g=9.8$〔m/s^2〕として，(1)の速さを求めなさい。

〔　　　　〕

4 (0042) $\boxed{}$ ➲類題 7390 なめらかな曲線上の運動

右図のようなジェットコースターで，A 点を通過する速さが v_0〔m/s〕であるとき，次の問いに答えなさい。ただし，摩擦は無視できるものとし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。



(1) B 点を通過する瞬間の速さを求めなさい。

〔　　　　　　　　　　　　〕

(2) C 点を通過できるためには，h〔m〕と h'〔m〕の間には，どのような関係がなければならないか。

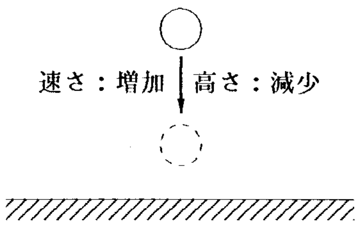
〔　　　　　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7360)

●学習の視点　　自由落下運動のときの運動エネルギーと位置エネルギーについて，それらの関係を考える。「力学的エネルギー保存の法則」は重要なので，しっかり覚えること。

テーマ　自由落下運動と力学的エネルギー保存の法則

●物体が自由落下運動をするとき，落下するにつれて速さが大きくなっていく。



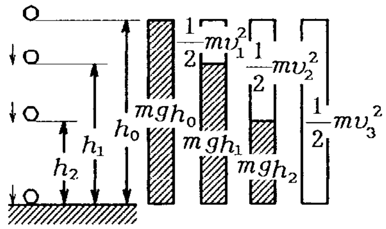
●自由落下運動をしている物体のもつ運動エネルギーと重力による位置エネルギーは，落下につれて変化する。

➲運動エネルギー……増加（速さが大きくなるから）

➲重力による位置エネルギー……減少（位置が低くなるから）

●質量 m の物体を高さ h_0 の位置から落とすとき，それぞれは変化しても，運動エネルギー E_k と位置エネルギー E_p の和は一定に保たれている。

E_k		E_p		和	
0	$+$	mgh_0	$=$	mgh_0	$v_0=0$
$\frac{1}{2}mv_1^2$	$+$	mgh_1	$=$	mgh_0	v_1
$\frac{1}{2}mv_2^2$	$+$	mgh_2	$=$	mgh_0	v_2
$\frac{1}{2}mv_3^2$	$+$	0	$=$	mgh_0	v_3



●運動エネルギー（E_k）と位置エネルギー（E_p）の和を，「力学的エネルギー」という。

【力学的エネルギー保存の法則】

動摩擦力や空気の抵抗力がはたらかないとき，力学的エネルギー（E）は一定に保たれる。重力を受けて運動する物体では，その運動エネルギー（E_k）と重力による位置エネルギー（E_p）の和は一定である。

$$E=E_k+E_p=\text{一定}$$

これを「力学的エネルギー保存の法則」という。

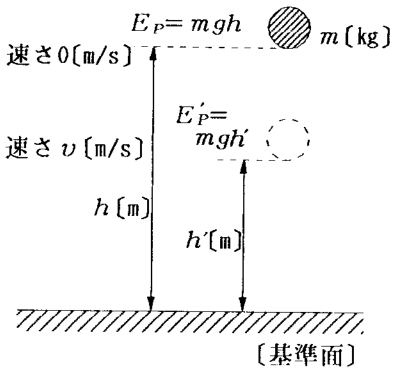
【自由落下運動と力学的エネルギー保存の法則】

自由落下運動で，物体に重力以外の外力がはたらかないとき，力学的エネルギーは一定に保たれる。

■■説　明■■

●力学的エネルギー保存の法則　　この法則は，物体が重力以外の外力よって仕事をされていないときに成り立つ。物体に重力以外の力がはたらいていても，その力が物体に仕事をしなければ，成り立つわけである。

右図のように，高さ h〔m〕のところにある質量 m〔kg〕の物体が自由落下運動をして，高さ h'〔m〕のところに達したときの，運動エネルギー，重力による位置エネルギーを考えてみる（重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする)。



高さ h〔m〕にあるとき，

運動エネルギー……$E_k = 0$

位置エネルギー……$E_p = mgh$

$\therefore\ E_k + E_p = mgh$　………①

高さ h'〔m〕にあるとき，物体の速さは v〔m/s〕になったとすると，

運動エネルギー……$E_k' = \frac{1}{2}mv^2$

位置エネルギー……$E_p' = mgh'$

$\therefore\ E_k' + E_p' = \frac{1}{2}mv^2 + mgh'$　………②

ところで，自由落下運動における，物体の落下距離と速さの関係式を考えると，落下距離は $(h - h')$〔m〕であるから，

$v^2 - 0^2 = 2g(h - h')$　………③

②，③より，

$$E_k' + E_p' = \frac{1}{2}m\{2g(h - h')\} + mgh'$$

$$= mgh - mgh' + mgh' = mgh$$

この値は①と同じだから，

$E_k + E_p = E_k' + E_p'$

つまり，物体が自由落下運動をしているとき，物体の位置に関係なく，力学的エネルギー保存が確かめられたわけである。位置エネルギーが減少した分だけ，運動エネルギーが増加することになる。この関係は，物体が地面などに達して，止まるまで成り立つ。

1　(7361)　D05

次の問いに答えなさい。

(1)　動摩擦力や空気の抵抗力がはたらかないとき，力学的エネルギーは一定に保たれる。これを何の法則というか。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

(2)　自由落下運動をする物体について，力学的エネルギーの和を E，その運動エネルギーを E_k，重力による位置エネルギーを E_p としたとき，(1)の法則を式で表しなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

(3)　高さ h〔m〕のところにある質量 m〔kg〕の物体が自由落下を始め，地面に着く瞬間の速さが v〔m/s〕であった。自由落下する前後で力学的エネルギー保存の法則にあてはめて式をつくりなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

2 (7362) D05

質量 20 kg の物体が地上 10 m の高さにつるしてある。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，位置エネルギーの基準を地面とし，重力加速度を 9.8 m/s^2 とする。

(1) この物体の重力による位置エネルギー E_1 は何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(2) この物体が自由落下して地面に着く瞬間の運動エネルギー E_2 は何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(3) E_1 と E_2 とはどういう関係にあるか。

〔　　　　　　　　〕

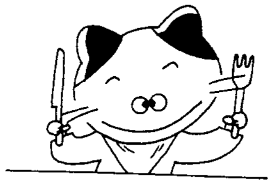
(4) この物体が地面に着く瞬間の速さは何 m/s か。

〔　　　　　　　　〕

3 (7363) D05

質量 m〔kg〕の物体を h〔m〕の高さから自由落下させた。力学的エネルギー保存の法則を用いて，地面に衝突する直前の速さを求めなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

〔　　　　　　　　〕

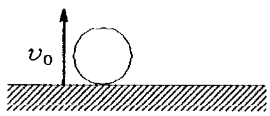


類題トレーニング(7370)

●例題の視点　　力学的エネルギー保存の法則を使って，問題を解く練習をしよう。第1章§7でも同じような問題があったが，この方法を使うと簡単に答えを求めることができることが多いので，考え方，解き方をしっかり身につけよう。力学的エネルギー保存の法則そのものは，むずかしくないが，いろいろな場面で，どう使ったらよいのか，まず慣れることが，このケースの王道である。これから，いろいろな場面の応用例を見ていこう。

基本例題　鉛直に投げ上げた物体の運動

右図のように，地面から初速度 v_0〔m/s〕で鉛直上方に向けて物体を投げ上げた。このとき物体の到達する最高点の高さはいくらか。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。



●鉛直に物体を投げ上げる運動である。
●初速度は v_0〔m/s〕，重力加速度の大きさは g〔m/s²〕である。
●求めるものは，最高点の高さである。

■■考え方■■

基準面を地面とし，最高点の高さを h〔m〕，物体の質量を m〔kg〕とすると，地面にあるときの力学的エネルギー

$$E_k+E_p$$

と，最高点に達したときの力学的エネルギー

$$E_k'+E_p'$$

は，力学的エネルギー保存の法則より等しい。

$$E_k+E_p=E_k'+E_p'=\text{一定}$$

■■解　答■■

物体の質量を m〔kg〕として，物体が地面にあるときと最高点に達したときのそれぞれの運動エネルギーと位置エネルギーを考えてみる。ただし，基準面を地面とし，最高点の高さを h〔m〕とする。

地面にあるとき，

運動エネルギー…$E_k=\frac{1}{2}mv_0^2$

位置エネルギー…$E_p=0$

最高点に達したとき，

運動エネルギー…$E_k'=0$

位置エネルギー…$E_p'=mgh$

力学的エネルギー保存の法則より，$E_k+E_p=E_k'+E_p'$ であるから，

$$\frac{1}{2}mv_0^2=mgh \qquad \therefore\ h=\frac{v_0^2}{2g}\text{〔m〕}$$

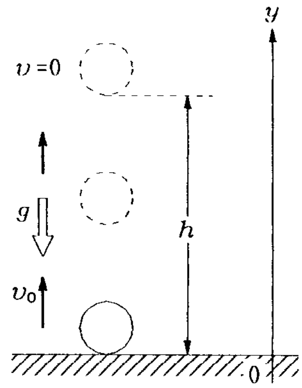
答え $\dfrac{v_0^2}{2g}$〔m〕

［研 究］

この問題は，第１章§７でも考えた。そのときには，次のように等加速度直線運動の式で解いた。

t〔s〕後の速度　　$v = v_0 - gt$　………①

t〔s〕後の高さ　　$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$　………②



最高点では $v=0$ だから，①より，

$$v_0 - gt = 0 \quad \therefore \quad t = \frac{v_0}{g}\text{〔s〕}$$

これを②に代入すると，最高点の高さ h〔m〕は，

$$h = v_0 \times \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2}{2g}\text{〔m〕}$$

力学的エネルギー保存の法則を使うと，式の数が少なくてすむ。それだけ単純に計算ができることになる。一般に，ある状態（ここでは投げる直前）から別の状態（最高点）に変わる過程が扱われていない場合に，力学的エネルギー保存の法則が使いやすいのである。これは，エネルギーが，物体の状態によって決まる量だからである。

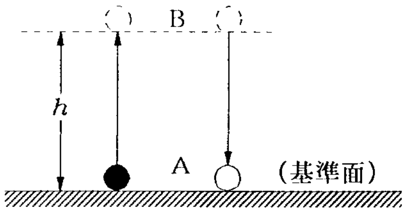
□ここがポイント!□

◆鉛直に投げ上げた物体の最高点での運動エネルギーは０である。

◆投げ上げる前にもっていた運動エネルギーが，最高点ではすべて位置エネルギーに変わる。

1　(7371)　D05

A点から質量 m〔kg〕の物体を，v_0〔m/s〕の初速度で鉛直上方に投げ上げた。物体は高さ h〔m〕のB点まで上がり，地上のA点に落下した。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕として，次の問いに答えなさい。



(1)　B点の高さ h〔m〕を，v_0，g を用いて表しなさい。
〔　　　　　〕

(2)　投げ上げる瞬間に物体がもっていた力学的エネルギー E_A，B点での力学的エネルギー E_B を，m，v_0 を用いてそれぞれ表しなさい。

E_A〔　　　　　〕

E_B〔　　　　　〕

(3)　(2)の結果から，E_A と E_B の間に成り立つ関係を書きなさい。
〔　　　　　〕

(4)　物体が地上に落下したときに物体がもっている力学的エネルギー E を，m，v_0 を用いて表しなさい。
〔　　　　　〕

(5)　物体が地上に落下したときの速さ v〔m/s〕を求めなさい。
〔　　　　　〕

2　(7372)　D05

地上5.0mの高さから質量0.20kgの物体を真上に速さ20m/sで投げ上げた。地面を基準にして，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度を9.8m/s^{2}とする。

(1)　投げ上げたときの物体の運動エネルギーは何Jか。
〔　　　　　〕

(2) 投げ上げたときの物体の位置エネルギーは何 J か。

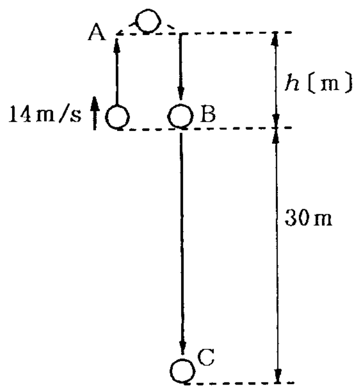
〔　　　　　　〕

(3) 力学的エネルギー保存の法則を用いて，最高点の高さを求めなさい。

〔　　　　　　〕

3 (7373) D05

右図のように，質量3.0 kg の物体を，初速度14 m/s で鉛直上方に投げ上げた。重力加速度の大きさを $9.8\,m/s^2$ として，次の問いに答えなさい。



(1) 最高点 A に達したときの最初の位置からの高さ h〔m〕を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(2) 最初と同じ位置 B に達したときの速さ v_B〔m/s〕を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(3) 最初より 30 m 下の位置 C に達したときの速さ v_C〔m/s〕を求めなさい。

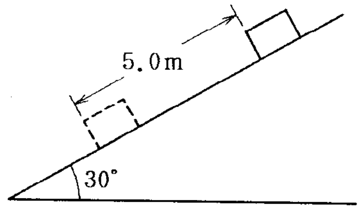
〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7380)

●例題の視点　　こんどは，なめらかな斜面上を運動する物体について，力学的エネルギー保存の法則をあてはめてみる。

基本例題　なめらかな斜面をすべり落ちる物体の運動

右図のように，水平面と30°傾いているなめらかな斜面上に物体を置いたところ，物体はすべり落ち始めた。斜面上を5.0mすべり落ちたときの速さはいくらか。ただし，重力加速度の大きさは9.8m/s²とする。



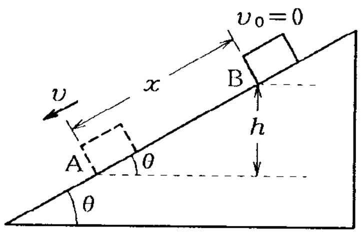
●斜面はなめらかであるから，摩擦力ははたらかない。
●斜面を5.0mすべり落ちた。
●はじめの速さ(初速度)は0である。

■■考え方■■

●右図のように，v_0，v，x，h をとり，物体の質量を m，重力加速度の大きさを g とすると，Aの位置を重力による位置エネルギーの基準として，すべり落ちる前とすべり落ちたあとの力学的エネルギーが保存される。

よって，次の式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}mv_0{}^2+mgh=\frac{1}{2}mv^2+0$$

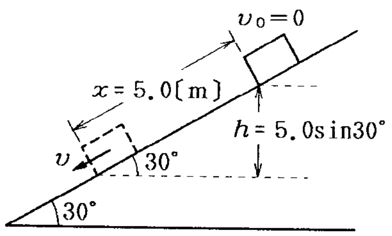


➡ $v_0=0$ なので，　$\frac{1}{2}mv^2=mgh$

ただし，$h=x\sin\theta$ である。

■■解　答■■

物体の質量を m〔kg〕，すべり落ちた距離を x〔m〕，そのときの高さの変化分を h〔m〕とし，すべり落ちた位置を重力による位置エネルギーの基準とすると，初速度を $v_0=0$〔m/s〕，求める速度を v〔m/s〕として，すべり落ちる前とすべり落ちたあとで力学的エネルギーが保存されるから，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とすると，



$$\frac{1}{2}mv_0{}^2+mgh=\frac{1}{2}mv^2+0$$

これに $v_0=0$ を代入すると，

$$\frac{1}{2}mv^2=mgh \qquad \therefore \quad v^2=2gh$$

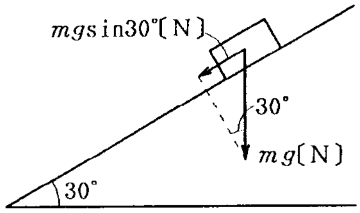
$v>0$ より，　$v=\sqrt{2gh}$

これに，$h=x\sin 30^\circ=5.0\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$，$g=9.8$〔m/s^2〕を代入すると，

$$v=\sqrt{2\times 9.8\times\frac{5}{2}}=\sqrt{2\times 49\times 5\times 10^{-1}}$$
$$=\sqrt{49}=7.0\text{〔m/s〕}$$

答え　7.0 m/s

［参　考］



もちろん，等加速度直線運動として解くこともできる。物体の運動方向にはたらく力は，重力の斜面に平行な分力で，$mg\sin 30^\circ=\frac{1}{2}mg$〔N〕となる。

運動の第2法則より，加速度 a〔m/s^2〕を求めると，

$$ma=\frac{1}{2}mg$$
$$\therefore\quad a=\frac{1}{2}g\text{〔m/s}^2\text{〕}$$

等加速度運動の速さと移動距離の関係，$v^2-v_0{}^2=2ax$ に，この場合の $v_0=0$〔m/s〕，$a=\frac{1}{2}g$〔m/s^2〕，$x=5.0$〔m〕を代入すると，

$$v=\sqrt{2\times\frac{1}{2}g\times 5}=\sqrt{49}=7.0\text{〔m/s〕}$$

□ここがポイント！□

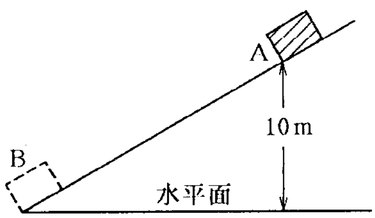
なめらかな斜面をすべり落ちる物体の運動では，すべり落ちる前とあとで力学的エネルギーが保存される。よって，すべり落ちた位置を位置エネルギーの基準として，

$$\frac{1}{2}mv^2=mgh\qquad h=x\sin\theta$$

ただし，m は物体の質量，v はすべり落ちたときの速さ，x はすべり落ちた距離，θ は斜面が水平面となす角，g は重力加速度の大きさである。

1　(7381)　D05

右図のように，水平面とある傾きをもつなめらかな斜面上で，高さ 10 m の A 点から質量 5.0 kg の物体をすべらせる。摩擦力は無視し，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 として，次の問いに答えなさい。



(1)　A 点で物体がもつ位置エネルギーは，水平面を基準にすると何 J か。

〔　　　　　　〕

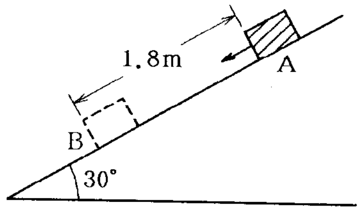
(2)　B 点における物体の速さ v は何 m/s か。

〔　　　　　　〕

2 (7382) D05

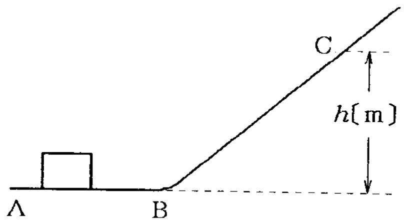
右図のように，傾きが30°のなめらかな斜面上のA点に物体を置き，手をはなしたところ，物体は静かに動きだした。右図のB点を通過するときの，物体の速さ v を求めなさい。ただし，重力加速度の大きさは $9.8/\mathrm{m}^2$ とする。

〔　　　　　　　　〕



3 (7383) D05

摩擦のない水平面ＡＢと斜面ＢＣがなめらかに接している。重力加速度の大きさを g として，次の問いに答えなさい。

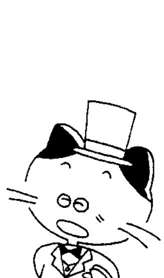


(1) 物体をＡからＢに向かって水平に投げ出すとき，物体がＣまでのぼるのに必要な最小の初速度 v_0 はいくらか。g，h を使って答えなさい。

〔　　　　　　　　〕

(2) v_0 の $\sqrt{3}$ 倍の初速度で投げ出したとすれば，Ｃ点をいくらの速度で通過するか。g，h を使って答えなさい。

〔　　　　　　　　〕

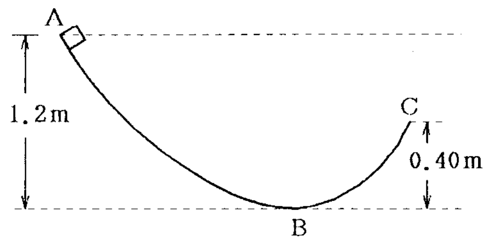


類題トレーニング(7390)

●例題の視点　　なめらかな曲線上の運動について，力学的エネルギーの保存を考える。

基本例題　なめらかな曲線上の運動

右図のような，なめらかな曲面がある。その最下点Bより1.2mの高さの点Aから，初速度0で物体をすべらせる。重力加速度の大きさを9.8 $\mathrm{m/s^2}$として，次の問いに答えなさい。



(1) 物体Bを通る瞬間の速さは何m/sか。

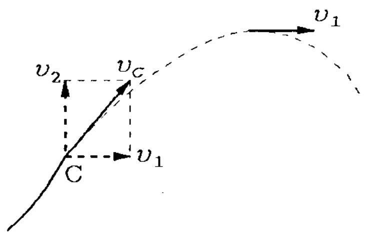
(2) 物体はBより0.40mの高さの点Cから斜め上方に飛び出す。Cから飛び出すときの速さは何m/sか。

(3) 物体がCから飛び出したあと，Aを通る水平面まで上がるか，上がらないか。

●なめらかな曲線とは，物理では摩擦がないということ。
●点Aの高さは，点Bを基準（面）として，1.2mである。
●点Aでの初速度は0である。
●物体は点Aから曲線上をすべり，点Bを通過したあと，点Cから飛び出す。
●点Cから先は，斜方投射の場合と同様に考える。

■■考え方■■

(1)(2) 物体にはたらいている力は，重力と垂直抗力である。重力がする仕事は，経路に関係なく高さだけで決まり，一方，垂直抗力はつねに運動方向に垂直にはたらくので仕事をせず，物体のエネルギーを増減させない。したがって，なめらかな面上の運動でも力学的エネルギーが保存される。



(3) Cから斜め上方に飛び出すのであるから，Cでは速度の水平成分をもっている。飛び出したあとは水平方向には力がはたらかないから，軌道の最高点ではこの水平速度成分を速度としてもっている。すなわち，最高点でも運動エネルギーをもっているから，この分だけ出発時より位置エネルギーが小さくなる。

■■解　答■■

(1)(2) 物体の質量をm〔kg〕，点Aでの速さをv_A〔m/s〕とし，重力加速度の大きさをg〔$\mathrm{m/s^2}$〕とする。点Bを通る水平面を重力による位置エネルギーの基準にとり，点B，点Cにおける速さを，それぞれv_B〔m/s〕，v_C〔m/s〕とすると，力学的エネルギーが保存されるから，次の式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}m v_A{}^2+m g\times1.2=\frac{1}{2}m v_B{}^2+m g\times0=\frac{1}{2}m v_C{}^2+m g\times0.40$$

ここで，$v_A=0$であるから，

$$\frac{1}{2}m v_B{}^2=m g\times1.2 \quad \cdots\cdots\cdots①$$

$$\frac{1}{2}m v_C{}^2+m g\times0.40=m g\times1.2 \quad \cdots\cdots\cdots②$$

①より，

$$v_B{}^2=2g\times1.2$$

$v_B>0$ より，

$$v_B=\sqrt{2g\times1.2}=\sqrt{2\times9.8\times1.2}=28\times10^{-1}\times\sqrt{3}$$

$$=4.84\cdots\fallingdotseq4.8\,[\mathrm{m/s}]$$

②より，

$$\frac{1}{2}mv_C{}^2=mg(1.2-0.40)=0.8\,mg$$

$$v_C{}^2=1.6\,g$$

$$\therefore\quad v_C=\sqrt{1.6g}=\sqrt{1.6\times9.8}=28\times10^{-1}\times\sqrt{2}$$

$$=3.95\cdots\fallingdotseq4.0\,[\mathrm{m/s}]$$

答え (1) 4.8 m/s (2) 4.0 m/s

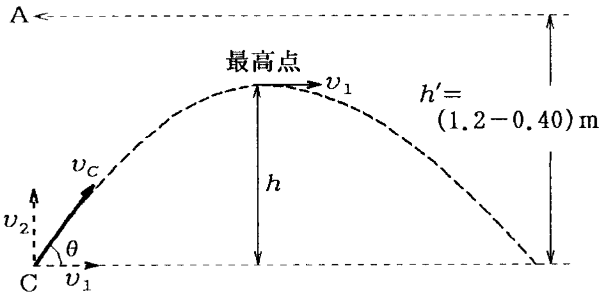
(3) 物体は最高点において，点 C から飛び出すときの速度の水平成分を速度としてもっているから，運動エネルギーをもっている。よって，この分だけ点 A にあったときよりも重力による位置エネルギーが小さくなる。したがって，点 A を通る水平面まで上がらない。

答え 上がらない。

研 究

では，実際どこまで上がるか調べてみよう。

右図のように，点 C から水平面と θ をなす角度でもって，速度 v_C [m/s] で，斜方投射された物体の運動を考えればよい。



最高点の高さを点 C を通る水平面を基準として，h [m] とし，点 C における速度 v_C の水平成分，鉛直成分を，それぞれ図のように v_1 [m/s]，v_2 [m/s] とすると，力学的エネルギーが保存されるから，

$$\frac{1}{2}mv_C{}^2+mg\times0=\frac{1}{2}mv_1{}^2+mgh$$

$$\therefore\quad h=\frac{v_C{}^2-v_1{}^2}{2g}$$

ここで，　$v_1=v_C\cos\theta$

であるから，

$$h=\frac{v_C{}^2(1-\cos^2\theta)}{2g}=\frac{v_C{}^2\sin^2\theta}{2g}$$

また，(1)，(2)より，$v_C=\sqrt{1.6g}$ であるから，これを代入すると，

$$h=\frac{1.6g\times\sin^2\theta}{2g}=0.8\sin^2\theta$$

θ の具体的数値はあたえられていないが，図より，

$$0<\theta<\frac{\pi}{2}$$

であることがわかるから，

$$0<\sin\theta<1\qquad0<\sin^2\theta<1\qquad\therefore\quad0<h<0.8$$

となる。一方，図より，点 C から点 A までの高さを h' [m] とすると，

$$h'=1.2-0.4=0.8$$

であるから，　$h'>h$

であることがいえる。

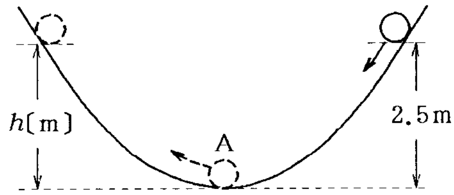
□ここがポイント！□

> なめらかな曲線上の運動についても，力学的エネルギーが保存される。これを用いて解くとよい。

---

1 (7391) D05

右図のように，なめらかな面上を小球が運動するときのことについて，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



(1) 最初静止していた小球が，図の A に達した瞬間の速さを求めなさい。

〔　　　　　　　〕

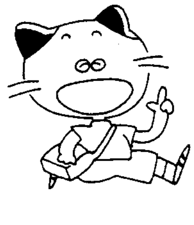
(2) 小球が斜面の反対側を上がることができる限度の高さ h〔m〕を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

2 (7392) D05

最下点から 25 m のところを出発したジェットコースターが，最下点を通過するときの速さを求めなさい。ただし，ジェットコースターにはたらく摩擦力や空気の抵抗力は無視できるものとし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

〔　　　　　　　〕



§6 力学的エネルギー保存の法則(2)　D06

§5では，力学的エネルギー保存の法則について学習しました。そして，この法則を使うと，簡単に考えることができる場合があることも知りました。ここでは，さらにいろいろな，力学的エネルギー保存の法則のあてはまる場合について，学習しましょう。

ここでは，振り子の運動，ばねがある場合の弾性力による運動などを扱います。

◇考え方のポイント◇

◆振り子の運動と力学的エネルギー

力学的エネルギー保存の法則をあてはめると，振り子の運動のように，加速度が一定でない複雑な運動についても，その速さを求めることができる。

◆弾性力による運動

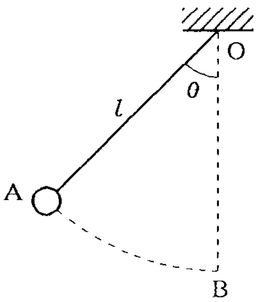
重力やばねの弾性力がはたらいて運動する物体の力学的エネルギーは，摩擦などがはたらかないかぎり，一定に保たれる。

よって，力学的エネルギーを E，運動エネルギーを E_k，重力による位置エネルギーを E_p，弾性力による位置エネルギーを $E_{p'}$ とすると，一般に，次のようにいえる。

$$E=E_k+E_p+E_{p'}=\text{一定}$$

1　(0043)　[　]　➡類題 7400　振り子の運動

右図のように，長さ l〔m〕の糸の一端を天井の O 点に固定し，他端に質量 m〔kg〕のおもりをつるす。糸がたるまないように鉛直線と角 θ をなす位置 A までおもりを持ち上げて静かにはなすとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。



(1) おもりが最下点 B を通るときの速さを求めなさい。

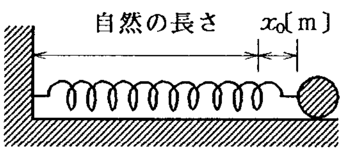
〔　　　　〕

(2) おもりが反対側に振れてもっとも高い位置に達したとき，最下点にきたときと比べて何 m 高くなるか。

〔　　　　〕

2　(0044)　[　]　➡類題 7410　弾性力によ運動（水平方向）

右図のように，なめらかな水平面で，おもりをつけたばねをのばし，静かにはなしたときについて，次の問いに答えなさい。ただし，おもりの質量は m〔kg〕，ばね定数は k〔N/m〕，最初のばねののびを x_0〔m〕とする。



(1) ばねののびが x〔m〕になった瞬間のおもりの動く速さ v_1〔m/s〕を求めなさい。

〔　　　　〕

(2) ばねが自然の長さになった瞬間のおもりの動く速さ v_2〔m/s〕を求めなさい。

〔　　　　〕

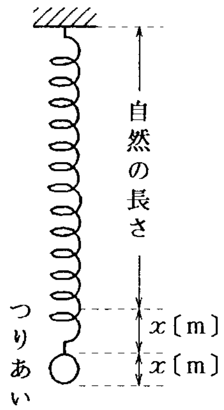
(3) ばねがもっとも縮んだときの縮んだ長さ x'〔m〕を求めなさい。

〔　　　　〕

3 (0045) ☐ ➲類題 7420 弾性力による運動(鉛直方向)

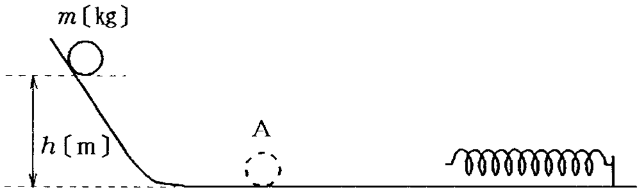
右図のように，つるまきばねの一端を天井に固定し，他端をおもりをつるしたらばねが x〔m〕のびてつりあった。おもりを持って，この位置からさらに下方へ x〔m〕引いてはなすとき，おもりがつりあいの位置を通る瞬間の速さ v〔m/s〕を，重力加速度の大きさ g〔m/s^2〕として，g と x で表しなさい。

〔　　　　　　　〕



4 (0046) ☐ ➲類題 7430 斜面を下りてきた物体がおし縮めるばね

右図のように，なめらかな斜面上の物体がすべり落ち，なめらかな水平面上を動いてばねにぶつかり，これを縮めた。物体の最初の高さを h〔m〕，物体の質量を m〔kg〕，ばね定数を k〔N/m〕，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕として，次の問いに答えなさい。

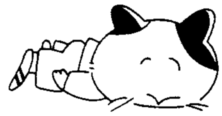


(1) 物体が水平面上を動くときの速さ v〔m/s〕を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

(2) ばねの縮みが最大になったときの，縮んだ長さ x〔m〕を求めなさい。ただし，v を用いず h を用いて表しなさい。

〔　　　　　　　〕

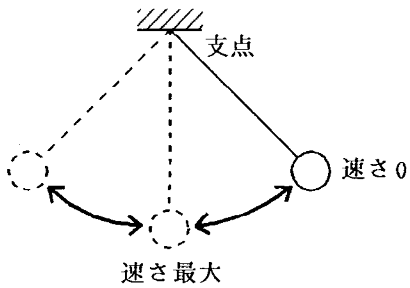


類題トレーニング(7400)

●学習の視点　　振り子の運動と力学的エネルギーの保存の関係を学習する。ここはテストによく出されるところなので，しっかり身につけること。

テーマ　振り子の運動

●振り子の運動は，端では一瞬停止し，そこから，しだいに速さを増していって，支点の真下で速さは最大になり，反対側に振れていくとしだいに速さは小さくなって，他端で一瞬停止するというくり返しである。



●このとき，おもりの位置は両端にあるときがもっとも高く，振れるにつれて低くなっていき，支点の真下（最下点）にきたときもっとも低くなる。

●振り子の運動において，おもりのもつ運動エネルギーと位置エネルギーを考えると，力学的エネルギー保存の法則が成り立っている。

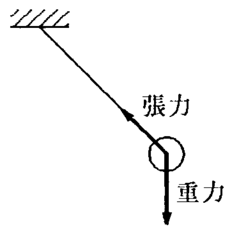
➲空気抵抗や支点での摩擦などがないとすれば，おもりは重力以外の外力によっては仕事をされていない。

【振り子の運動と力学的エネルギー保存】

力学的エネルギー保存の法則をあてはめると，振り子の運動のように，加速度が一定でない運動についても，その速さを求めることができる。

■■説　明■■

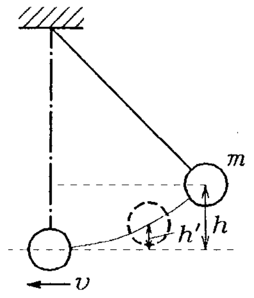
●振り子の運動と力学的エネルギー保存の法則　　振り子は，右図のように重力と糸の張力の２つの力がはたらいている運動であって，しかも，張力の大きさは一定ではなく，振れるにつれて変化していく。したがって，その２力の合力の大きさと向きも変化し，おもりに複雑にはたらいている。



しかし，おもりをつるしている糸がのび縮みしなければ，支点とおもりの間の距離は一定だから張力の向きとおもりの移動の向きは垂直になり，張力はおもりに対して仕事をしない。§５の学習で，「物体が重力以外の外力によって仕事をされていなければ」力学的エネルギー保存の法則は成り立つとあった。つまり，振り子の運動では，張力がおもりに対して仕事をしないので，力学的エネルギー保存の法則が成り立っているのである。

●おもりの速さ　　力学的エネルギー保存の法則を用いて，振り子のおもりの速さを求めてみよう。

右図のように，m〔kg〕のおもりをつけた振り子を，h〔m〕の高さから振らせたとき，おもりが支点の真下に達したときの速さ v〔m/s〕や，その途中の高さ h'〔m〕にあるときの速さ v'〔m/s〕はいくらになるだろうか。基準面として，おもりが支点の真下にきたときの高さを考える。



おもりが高さ h〔m〕にあるとき，

運動エネルギー…$E_k=0$

位置エネルギー…$E_p=mgh$

おもりが支点の真下にきたとき，

運動エネルギー…$E_k' = \frac{1}{2} m v^2$

位置エネルギー…$E_p' = 0$

力学的エネルギー保存の法則より，$E_k + E_p = E_k' + E_p'$ であるから，

$$0 + m g h = \frac{1}{2} m v^2 + 0$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{2 g h} \ \text{〔m/s〕}$$

同様に，おもりが高さ h'〔m〕にあるときは，

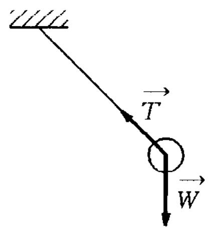
$$0 + m g h = \frac{1}{2} m v'^2 + m g h'$$

$$\therefore \quad v' = \sqrt{2 g (h - h')} \ \text{〔m/s〕}$$

●両端での高さ　　両端ではおもりは一瞬停止するので運動エネルギーは０である。したがって，両端では位置エネルギーが等しい，つまり，高さは等しくなるのである。

1　(7401)　D06

振り子の運動について，次の問いに答えなさい。



(1)　右図は，振り子のおもりにはたらく２つの力を示したものである。$\vec{T}$，$\vec{W}$ は，それぞれ何か。

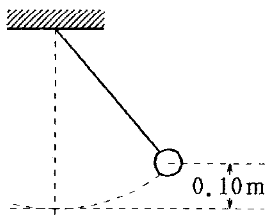
$\vec{T}$〔　　　　　　　〕 $\vec{W}$〔　　　　　　　〕

(2)　$\vec{T}$，$\vec{W}$ のうち，振り子の運動のとき，おもりに仕事をしないのはどちらか。

〔　　　　　　〕

2　(7402)　D06

右図のような位置までおもりを持ち上げて静かに振り子を振らせたとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさは 9.8 m/s^2 とする。



(1)　支点の真下にきたときのおもりの速さ v〔m/s〕を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(2)　振り子が反対側に振れて，支点の真下にきたときより 0.075 m 高い位置にきたときの，おもりの速さ v'〔m/s〕を求めなさい。

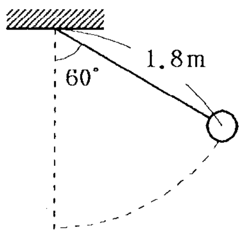
〔　　　　　　〕

(3)　おもりが反対側に振れてもっとも高い位置に達したとき，支点の真下にきたときに比べて何 m 高くなるか。

〔　　　　　　〕

3　(7403)　D06

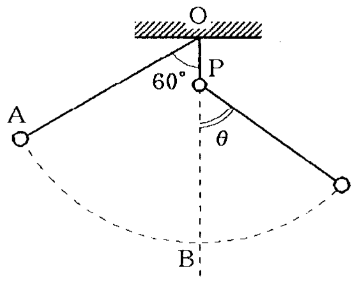
長さ 1.8 m の振り子を，右図のように鉛直方向より 60° 傾けたところから，静かにはなした。このとき，振り子のおもりが最下点を通過するときの速さはいくらか。ただし，重力加速度の大きさは 9.8 m/s^2 とする。



〔　　　　　　〕

4 (7404) D06

天井の O 点に長さ l の糸を結び，糸の他端におもりを結び，糸が鉛直と60°の角をなす点 A からおもりを静かにはなした。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g とする。



(1) 小球が最下点 B を通るときの速さを求めなさい。

〔　　　　　　〕

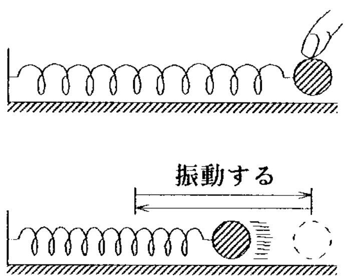
(2) O から鉛直真下 $\dfrac{l}{4}$ の点 P にくぎが打ってあるとき，B を通過したあと，糸が鉛直となす角の最大値を θ とする。このとき $\cos\theta$ の値を求めなさい。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7410)

●学習の視点　　ばね振り子の場合について，力学的エネルギーの保存を考える。ここは，多くの人が苦手とする傾向があるので，じっくり取り組んでほしい。

テーマ　弾性力によ運動(水平方向)



●右図のように，なめらかな水平面上でおもりをつけたばねをのばし，手をはなすとおもりは左右に振動する。

●このとき，おもりのもつ運動エネルギー E_k と，ばねのもつ弾性力による位置エネルギー $E_{p'}$ の和は一定に保たれる。

●おもりとばねの全体を考えると，外に対して仕事をしたり，外から仕事をされたりしない。

●この場合も，力学的エネルギー保存の法則が成り立っている。

●このように，ばねのもつ弾性力による位置エネルギーを含めて，力学的エネルギー保存の法則を考えると，次のようになる。

【力学的エネルギー保存の法則】

重力やばねの弾性力を受けて運動する物体では，その運動エネルギー E_k と重力による位置エネルギー E_p，弾性力による位置エネルギー $E_{p'}$ との和は一定である。

$$E_k+E_p+E_{p'}=一定$$

■■説　明■■

●水平なばねの振動　　おもりがばねから受ける力は，ばねの長さとともに変わるので，加速度もばねの長さとともに変わる。つまり，このときのおもりの運動は，等加速度運動ではない。くわしくは物理Ⅱの第12章「単振動」のところで学習する。

ここで，力学的エネルギー保存の法則が成り立つというのは，次のことをさす。

図1で，Aではばねがもっともものび，おもりの速さは0である。Bは，ばねが自然の長さになった瞬間で，おもりは速さ v で運動している。Cでは，ばねがもっとも縮み，おもりの速さは0となる。それぞれでの弾性力による位置エネルギーを，V_A，V_B，V_C，運動エネルギーを，K_A，K_B，K_Cとすると，それぞれ次のように表せる。(ばね定数を k〔N/m〕とする。)

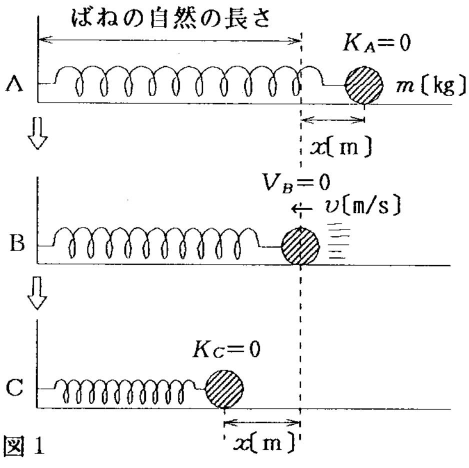


図1

$$V_A=\frac{1}{2}kx^2 \qquad K_A=0 \quad \cdots\cdots①$$

$$V_B=0 \qquad K_B=\frac{1}{2}mv^2 \quad \cdots\cdots②$$

$$V_C=\frac{1}{2}kx'^2 \qquad K_C=0 \quad \cdots\cdots③$$

ここで，それぞれの $V+K$ が等しくなるというのが，水平なばねの振動での力学的

エネルギー保存の法則である。これを用いると，

①と②から，　$\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}mv^2$　　∴　$v=\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot x$

①と③から，　$\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kx'^2$　　∴　$x'=x$

のように，最初の状態から，ほかの状態について知ることができる。

● 垂直なばねの振動　　図２のような場合である。この場合，力学的エネルギーとしては，おもりのもつ運動エネルギー K，ばねのもつ弾性力による位置エネルギー V のほかに，おもりのもつ重力による位置エネルギー U の３つを考える必要がある。そして，ここでも，

$$K+V+U=一定$$

となる，力学的エネルギー保存の法則が成り立つ。

　振動の両端（おもりの最高点と最下点）では，おもりの運動が一瞬停止し，$K=0$ となるので，$V+U$ が等しくなる。

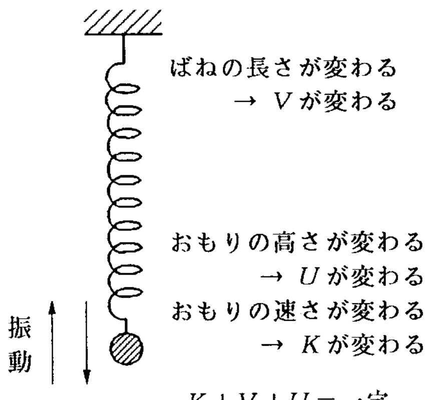


図２

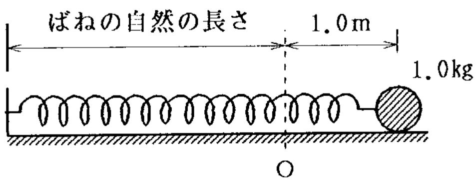
1　(7411)　D06

ばね定数 k〔N/m〕のばねに質量 m〔kg〕の台車をつなぎ，これを水平面上で振動させた。ばねが自然の長さのとき，台車の速さは v〔m/s〕で，ばねののびが x〔m〕のとき，台車の速さは v'〔m/s〕であった。このとき，力学的エネルギー保存の法則を表す式をつくりなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

2　(7412)　D06

右図のように，なめらかな水平面上で，ばねにつけたおもりを 1.0 m 引っ張ってからはなし，振動させた。おもりの質量を 1.0 kg，ばね定数を 4.0 N/m として，次の問いに答えなさい。



(1)　おもりをはなす前にばねのもっていた弾性力による位置エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(2)　おもりが振動して図の O 点にきたときのおもりの速さを v〔m/s〕とすると，このとき，おもりのもつ運動エネルギーを v を用いて表しなさい。

〔　　　　　　　　〕

(3)　(1)，(2)を利用して，v を求めなさい。

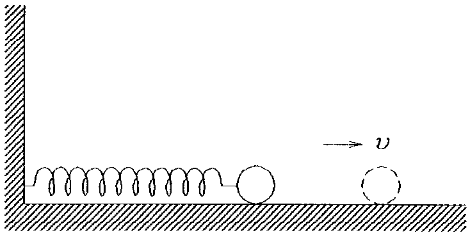
〔　　　　　　　　〕

(4)　おもりが振動して，ばねがもっとも縮んだときの，ばねの縮みは何 m か。

〔　　　　　　　　〕

3 (7413) D06

質量 2.0 kg のおもりをつるすと 0.40 m のびるばねがある。右図のようにして，このばねをなめらかな水平面上で 0.20 m おし縮め，0.010 kg のおもりをはじいた。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



(1) このばねのばね定数を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

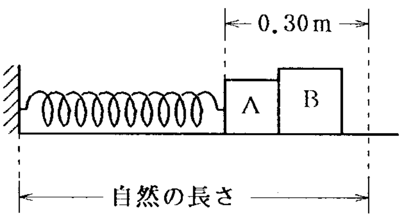
(2) おもりをはじいたときの，おもりの速さを求めなさい。

〔　　　　　　　〕

4 (7414) D06

なめらかな水平面の端の壁にばねの一端を固定し，他端に質量 0.60 kg の物体 A をつける。手でばねを自然の長さから 0.30 m 縮めた状態で A に接して質量 0.40 kg の物体 B を置く。静かに手をはなすと，その後ばねは自然の長さから最大何 m のびるか。

〔　　　　　　　〕



類題トレーニング(7420)

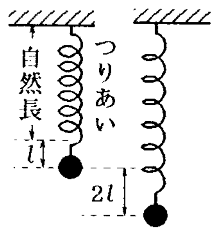
● 例題の視点　　鉛直方向のばねの運動を力学的エネルギー保存の法則を用いて考える。

基本例題　弾性力による運動（鉛直方向）

軽いつるまきばねの一端を固定し，他端に小球をつるしたところ，右図のようにばねが自然の長さから l だけのびた位置でつりあった。小球をこの位置からさらに下方へ $2l$ だけ引いてはなすと，小球はつりあいの位置を中心として振動する。重力加速度の大きさを g として，次の問いに答えなさい。

(1)　小球がつりあいの位置を通る瞬間の速さ v_0 はいくらか。

(2)　小球が上がる最高の位置はどこか。



● 小球の質量を m とすると，小球の重さが mg のとき，ばねののびが l となる。

● つりあいの位置から $2l$ だけ引いてはなした。

● 小球はつりあいの位置を中心に振動をした。

■■考え方■■

● 力学的エネルギー保存の法則を用いるのだが，水平方向のばねの場合と異なる点は，重力による位置エネルギーについても考えなければならないことである。

つまり，鉛直方向のばねには，

弾性力による位置エネルギー＋運動エネルギー＋重力による位置エネルギー＝一定

の関係がある。

➲一般的に重力による位置エネルギーの基準をつりあいの位置にとることが多い。

➲つりあいの位置ではばねは自然長でないので，弾性力による位置エネルギーをもつことに注意しなければならない。つまり，つりあいの位置にあるときの力学的エネルギーは0ではないのである。

小球の質量を m，ばね定数を k とすれば，弾性力と重力のつりあいから，次のように k が求められる。

$$kl = mg \qquad \therefore \quad k = \frac{mg}{l}$$

つりあいの位置からさらに $2l$ だけ引いたとき（のびは $3l$）の力学的エネルギーの和は，

$$\frac{1}{2}k(3l)^2 - mg(2l) \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

つりあいの位置を通るときの力学的エネルギーの和は，

$$\frac{1}{2}kl^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

よって，力学的エネルギー保存の法則より，①＝② とおいて，v_0 を求める。

また，最高点は，つりあいの位置からの高さを h とおいて，力学的エネルギー保存の法則を用いればよい。

■■解　答■■

(1)　小球の質量 m，ばね定数を k とすると，弾性力と重力のつりあいより，k を求めると，

$$k\,l=m\,g \qquad \therefore \quad k=\frac{m\,g}{l} \qquad \cdots\cdots\cdots①$$

つりあいの位置を重力による位置エネルギーの基準として，力学的エネルギー保存の法則より，次の式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}k(3\,l)^2-m\,g(2\,l)=\frac{1}{2}k\,l^2+\frac{1}{2}m\,v_0{}^2$$

これに①を代入して，k と m を消去し，v_0 を求めると，

$$\therefore \quad v_0=2\sqrt{g\,l}$$

答え　$2\sqrt{g\,l}$

(2)　最高点の高さをつりあいの位置から上方 h にあるとする。最高点では速さは 0，ばねの縮みは，$h-l$ である。よって，力学的エネルギー保存の法則より，次の式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}k(3\,l)^2-m\,g(2\,l)=\frac{1}{2}k(h-l)^2+m\,g\,h$$

これに①を代入して，k と m を消去し，h を求めると，

$$\therefore \quad h=2\,l$$

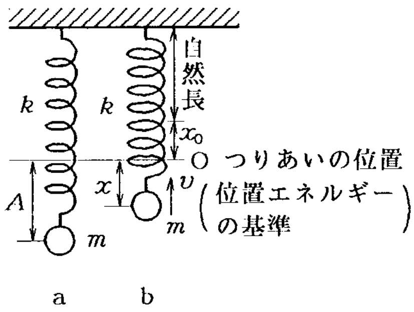
つまり，小球が上がる最高の位置は，つりあいの位置の上方 $2\,l$ の位置となる。

答え　つりあいの位置の上方 $2\,l$ の位置

研　究

●鉛直方向のばねの場合は，「つりあいの位置を自然長とみなせ！」

質量 m の物体をつるすと x_0 だけのびるばね定数 k のばねがあるとしよう。このばねをつりあいの位置 O から A だけのばしたあとではなす。ここで，O から x だけ下方での物体の速さ v を求めてみよう。



まず，重力と弾性力のつりあいから，

$$m\,g=k\,x_0 \qquad \cdots\cdots\cdots①$$

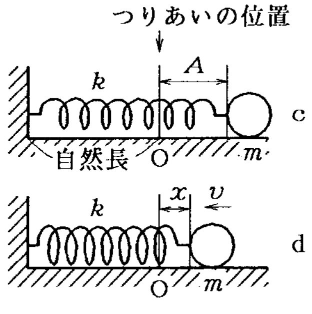
次に，つりあいの位置 O を重力による位置エネルギーの基準として，右図の a と b で力学的エネルギーは保存されるから，次の式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}k(A+x_0)^2-m\,g\,A=\frac{1}{2}k(x+x_0)^2+\frac{1}{2}m\,v^2-m\,g\,x$$

この式に①より，$x_0=\dfrac{m\,g}{k}$ を代入して，x_0 を消去し整理すると，次のようになる。

$$\frac{1}{2}k\,A^2=\frac{1}{2}k\,x^2+\frac{1}{2}m\,v^2$$

この式をよく見てみよう。これは，同じばねを水平に置いて，自然長から A だけのばしてはなしたあとで，のびが x になったときの速さ v を求める式と同じである。



つまり，鉛直方向のばね振り子の運動では，つりあいのときのばねの長さを自然の長さとみなして，

弾性力による位置エネルギー＋運動エネルギー＝一定

という式をつくることができるということを示しているのである。

➲重力による位置エネルギーを式に入れなくてもよいので，ずいぶん簡単になったことがわかるだろう。この考え方で以後は解けるようにしよう。

このことより，もう一度この問題を解いてみることにする。

(1)　つりあいの位置をばねの自然長とみなして，力学的エネルギー保存の式（弾性力によ

る位置エネルギー＋運動エネルギー＝一定）をつくる。つりあいの位置の力学的エネルギーは，ばねを自然長とみなしているので，弾性力による位置エネルギーは０であるから，$\frac{1}{2}mv_0{}^2$ のみである。つりあいの位置から下方に $2l$ だけ引いたときの力学的エネルギーは，弾性力による位置エネルギーのみで $\frac{1}{2}k(2l)^2$ となる。よって，

$$\frac{1}{2}mv_0{}^2=\frac{1}{2}k(2l)^2$$

これにつりあいの式 $mg=kl$ より，$k=\frac{mg}{l}$ を代入して，m と k を消去し，v_0 を求める。

$$\therefore\quad v_0=2\sqrt{gl}$$

(2) 最高点の高さをつりあいの位置から上方 h にあるとする。やはり，つりあいの位置をばねの自然長とみなして，最高点と最下点で力学的エネルギーが保存されることより，

$$\frac{1}{2}k(2l)^2=\frac{1}{2}kh^2\qquad\therefore\quad h=2l$$

□ここがポイント！□

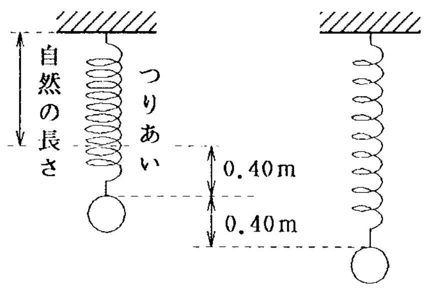
◆つりあいの位置での弾性エネルギーを忘れないようにすること。
◆重力による位置エネルギーの基準はつりあいの位置にとる。
◆つりあいの位置をばねの自然長とみなして考えると，重力による位置エネルギーを無視できるので，水平方向のばねと同様に考えることができる。

---

1 (7421) D06

軽いばねの一端を固定して，他端におもりをつるしたところ，ばねが右図のように，0.40 m だけのびた位置でつりあった。この位置からおもりをさらに 0.40 m だけ下方へ引いて静かにはなすとき，おもりがつりあいの位置を通過する瞬間の速さを求めなさい。ただし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s² とする。

〔　　　　　　　　〕



2 (7422) D06

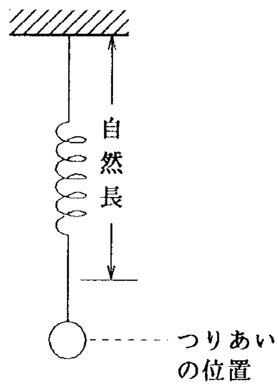
右図のように，ばね定数 k〔N/m〕のばねの上端を固定し，下端に質量 m〔kg〕のおもりを取りつける。ばねが自然長になるところまでおもりを持ち上げて，静かにはなした。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。

(1) おもりがつりあいの位置を通過するときの速さ v〔m/s〕を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

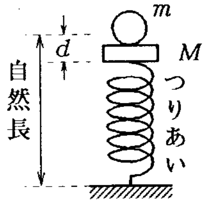
(2) ばねののびの最大値 x_1〔m〕を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕



3 (7423) D06

つるまきばねの一端を床に固定し，他端に質量 M の板をつけてその上に質量 m の小球をのせたら，ばねが自然の長さから d だけ縮んだ位置でつりあった。この位置からさらに $3d$ だけおし縮めて手をはなした。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g として，ばねは鉛直方向にだけ動くものとする。

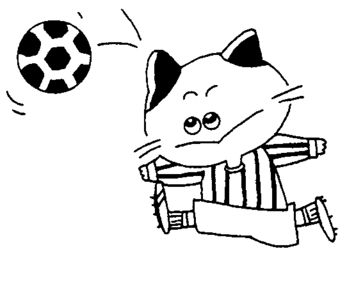


(1) 小球はどこで板から離れるか。

〔　　　　　　　　　　〕

(2) 小球が板から離れる瞬間の速さはいくらか。

〔　　　　　　　　　　〕

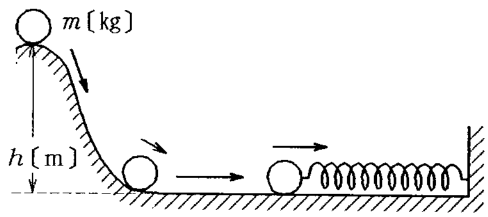


類題トレーニング(7430)

●例題の視点　　ばねとおもりが離れている場合について，応用問題を考える。力学的エネルギー保存の法則をどこでどう使うか，身につけること。

基本例題　斜面を下りてきた物体がおし縮めるばね

右図のように，質量 m〔kg〕の物体が高さ h〔m〕のところからすべり下りてきて，水平面上に置いたばね定数 k〔N/m〕の，一端を固定したばねのほかの端につきあたった。物体はこのばねを最大何m縮めることができるか。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とし，すべった面はなめらかであるとする。



- 面はなめらかであるから，摩擦力ははたらかないと考える。
- 物体の質量は m〔kg〕。
- 物体は高さ h〔m〕のところから面上をすべり下りてきて，水平面上に置いたばねにあたる。
- ばねの他端は固定されているので，物体の方向の運動により，ばねはおし縮められる。
- このばねのばね定数は，k〔N/m〕である。

■■考え方■■

- 一見むずかしく，複雑な問題に見える。物体がすべり下りてきて速さを増し，水平面に達したとき最大の速さになり，ばねを縮めながら遅くなってやがて停止……，と考えるとたしかにめんどうである。しかし，落ち着いて問題をよく読んでみよう。物体の速さはいくらかなどとは聞いていない。すべり出す瞬間とばねの縮みが最大の瞬間では，どちらも物体の速さは0で，運動エネルギーは考えなくてよいのである。
- 物体がすべり出る瞬間にもっていた重力による位置エネルギーが運動エネルギーに変わり，それがばねの弾性力による位置エネルギーに変わると考えて，力学的エネルギー保存の法則を使えばよい。

■■解　答■■

物体がすべり出す瞬間とばねの縮みが最大の瞬間とで力学的エネルギーを考える。重力による位置エネルギーの基準面を水平面とすると，

物体がすべり出す瞬間

運動エネルギー…$E_k=0$

重力による位置エネルギー…$E_p=mgh$

弾性力による位置エネルギー…$E_{p'}=0$

ばねの縮みが最大の瞬間（ばねの縮みを x〔m〕とすると，速さは0）

運動エネルギー…$E_k'=0$

重力による位置エネルギー…$E_p'=0$

弾性力による位置エネルギー…$E_{p'}=\dfrac{1}{2}kx^2$

ここで，力学的エネルギー保存の法則より，

$$E_k+E_p+E_{p'}=E_k'+E_p'+E_{p'}'$$

であるから，

$$0+mgh+0=0+0+\frac{1}{2}kx^2$$

$$\therefore\quad x=\sqrt{\frac{2mgh}{k}}\ \text{〔m〕}$$

答え $\sqrt{\dfrac{2mgh}{k}}$ 〔m〕

研　究

力学的エネルギー保存の法則を使うと，物体のおかれた状態が変化する過程は気にしなくてよくなる。ただし，もちろんその変化の過程で，物体が外に対して仕事をしたり，外から仕事をされたりしないことを，最初に確認しておく必要がある。この場合でも，面と物体との間に摩擦力がはたらくと，それによる仕事で物体の力学的エネルギーは減少してしまう。

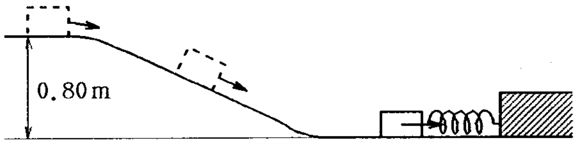
□ここがポイント!□

力学的エネルギー保存の法則で考える。はじめの状態の力学的エネルギーとあとの状態の力学的エネルギーが保存されるから，

$$E_k+E_p+E_{p'}=E_k{}'+E_p{}'+E_{p'}{}'=\text{一定}$$

1　(7431)　D06

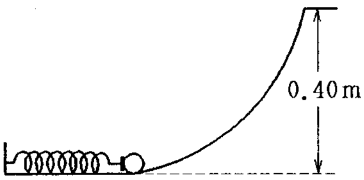
質量 10 kg の物体が，なめらかな坂道を静かに動き始めて，0.80 m 低い水平面上にあるばね（ばね定数 980 N/m）に衝突し，ばねを縮めた。このとき，ばねは最大何 m まで縮むか。ただし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



〔　　　　　　〕

2　(7432)　D06

図のように，なめらかな水平面と曲面が連続している台の上で，軽いつるまきばねの一端を球に接し，一端を固定しておいた。このばねは 1.6 kg のおもりをつるすと 0.10 m のびるものとして，次の問いに答えなさい。ただし，小球の質量を 0.20 kg とし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



(1)　つるまきばねのばね定数は，何 N/m か。

〔　　　　　　〕

(2)　ばねを 0.20 m おし縮めたあと小球をはなすと，曲面の下端にきたときの小球の速さは何 m/s になるか。

〔　　　　　　〕

(3)　水平面から曲面の上端までの高さは 0.40 m である。小球が曲面の上端まで達するためには，ばねを最小何 m おし縮めればよいか。

〔　　　　　　〕

§7 力学的エネルギー保存の法則(3)

D07

ここでは，斜方投射（放物運動），水平投射などの運動と力学的エネルギーの関係を解いてみましょう。いろいろな場面で，力学的エネルギーの保存の法則の適用を身につけることがたいせつです。

◇考え方のポイント◇

◆斜方投射や水平投射などの運動と力学的エネルギー

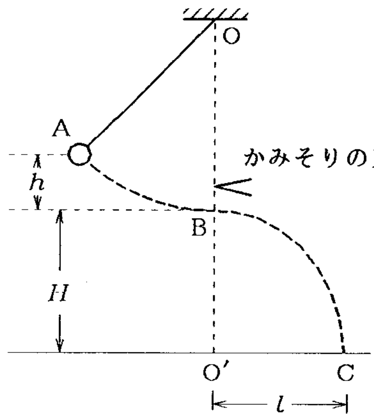
重力のはたらく空間で物体が運動するとき摩擦力や空気の抵抗力などがなければ，物体の力学的エネルギーは保存される。したがって，斜めに投げ上げられた物体の最高点の高さは，力学的エネルギー保存の法則を使って求められる。

つまり，はじめの状態とあとの状態で力学的エネルギーが保存されるから，はじめの状態の運動エネルギーを E_k，位置エネルギーを E_p，あとの状態の運動エネルギーを E_k'，位置エネルギーを E_p' とすれば，次の関係がある。

$$E_k+E_p=E_k'+E_p'$$

1 (0047) [　　] ➲類題 7440　振り子の運動と水平に投げ出された物体の運動

右図のように糸の一端を天井の点 O に固定し，他端におもりをつるす。糸がたるまないようにして，おもりを最下点 B から h〔m〕の高さの点 A まで持ち上げてはなす。おもりが点 B を通る瞬間に糸を切ると，点 B より H〔m〕下方の床の点 C に落ちる。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。



(1) 糸を切った瞬間のおもりの速さ v〔m/s〕を，g，h を用いて表しなさい。

〔　　　　　　　　〕

(2) 点 B の鉛直下方の床の点 O′ と点 C との距離を l〔m〕とするとき，l を h，H を用いて表しなさい。

〔　　　　　　　　〕

(3) おもりが点 C に落下した瞬間の速さ v'〔m/s〕を，g，h，H を用いて表しなさい。

〔　　　　　　　　〕

2 (0048) [　　] ➲類題 7450　放物運動（斜方投射による運動）

水平から仰角 60° の向きに 14 m/s の初速度で小石を投げた。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを 9.8〔m/s²〕とする。

(1) この小石の初速度の水平方向の成分はいくらか。

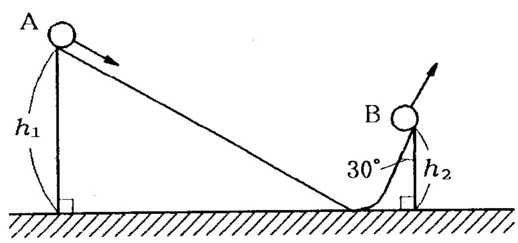
〔　　　　　　　　〕

(2) この小石の軌道の最高点の高さを，力学的エネルギー保存の法則より求めなさい。ただし，空気の抵抗は無視する。

〔　　　　　　　　〕

3 (0049) □ ➡類題7460 斜面から飛び出す物体の運動

右図のように，高さ h〔m〕の点Ａから物体Ｍをなめらかな面上をすべらせると，物体Ｍは，高さ h_2〔m〕のＢ点から，鉛直方向と30°の角度で飛び出した。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕として，次の問いに答えなさい。



(1) Ｂ点における物体Ｍの速さは何m/sか。

〔　　　　　　　　　　〕

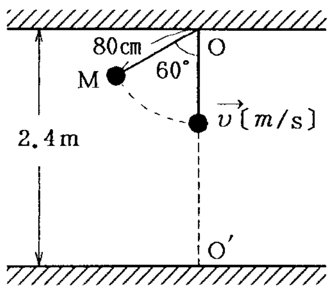
(2) 物体ＭがＢ点から飛び出して最高点に達したときの高さは，水平面から何mか。

〔　　　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7440)

●例題の視点　　振り子が最下点で糸が切られた場面など，物体がある運動をしている途中で，水平に投げ出されるとき，力学的エネルギーの保存を考える。

基本例題　振り子の運動と水平に投げ出された物体の運動



右図のように，おもりＭが，水平面から2.4ｍのところにある点Ｏから，長さ80㎝の糸でつり下げられている。糸が鉛直方向と60°の角をなすところでおもりＭを静かにはなし，おもりＭが最下点に達したときに糸を切ったとする。重力加速度の大きさを9.8m/s²として，次の問いに答えなさい。

(1) 糸を切った瞬間のおもりＭの速さ v は，何m/sか。

(2) おもりＭは，点Ｏの真下の点である水平面上の点Ｏ′から何ｍの地点に落下するか。

(3) おもりＭが水平面に落下した瞬間の速さは，何m/sか。

●最下点で糸が切られた。

●糸が切られたとき，おもりは水平方向を右向きの速度をもち，鉛直方向の速度成分は0である。

●よって，糸が切られたあとは水平投射と同じだと考えられる。

■■考え方■■

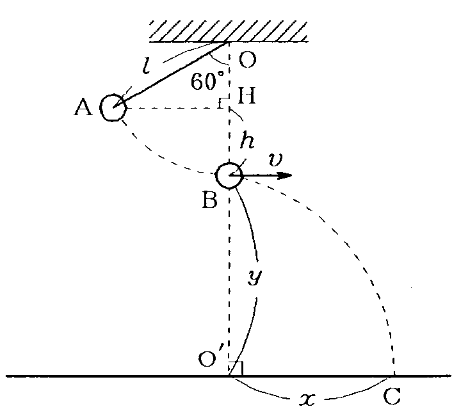
(1) これまでやったことと同じ。出発点と最下点で力学的エネルギーが保存される。

(2) 最下点でおもりは水平方向に投げ出される。このあと，おもりにはたらく力は重力だけであるから，水平投射と同じように考えればよい。t〔s〕後の位置(x，y)は，初速度を v として，次の式で表される。ただし，g は重力加速度の大きさ。

$$x=vt \qquad y=\frac{1}{2}gt^2$$

(3) 最下点と水平面に落下した点とで，力学的エネルギーが保存されることから考える。

■■解　答■■



(1) 右図のように考える。おもりの質量を m〔kg〕，糸の長さを l〔m〕，出発点をＡ，最下点をＢ，おもりが水平面に落下した点をＣ，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とすると，点Ｂから点Ａまでの高さ h〔m〕は，図より，

$$h=l(1-\cos 60°)=\frac{l}{2}$$

また，点Ｂの位置を重力による位置エネルギーの基準にとると，力学的エネルギー保存の法則より，

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2$$

$\therefore \quad v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2g\cdot\frac{l}{2}}=\sqrt{gl}$ ………①

これにあたえられた数値を代入すると，

$v=\sqrt{9.8\times0.80}=2.8$〔m/s〕

答え　2.8 m/s

(2) 点 B から点 C までは，水平投射（の運動）と考えられるので，初速度 v のとき，t〔s〕後の位置を（x，y）として，

$x=vt \qquad y=\frac{1}{2}gt^2$

より，t を消去すると，

$x^2=\frac{2v^2y}{g}$

ここで①より，

$x^2=\frac{2\cdot gl\cdot y}{g}=2ly$

$\therefore \quad x=\sqrt{2ly}$

ここで，$l=0.80$〔m〕，$y=2.4-0.80=1.6$〔m〕を代入すると，

$x=\sqrt{2\times0.80\times1.6}=1.6$〔m〕

答え　1.6 m

(3) おもりをはなした瞬間点 B と水平面に落下した瞬間点 C とで，力学的エネルギーは保存されるから，落下した瞬間の速さを v'〔m/s〕として，重力による位置エネルギーの基準を水平面にとると，

$\frac{1}{2}mv^2+mgy=\frac{1}{2}mv'^2$

ここで，①を代入すると，

$\frac{1}{2}mv'^2=\frac{1}{2}m\cdot gl+mgy$

$v'^2=g(l+2y)$

$\therefore \quad v'=\sqrt{g(l+2y)}$

ここであたえられた数値を代入すると，

$v'=\sqrt{9.8\times(0.80+2\times1.6)}=\frac{14}{5}\sqrt{5}$

$=6.26\cdots\fallingdotseq6.3$〔m/s〕

答え　6.3 m/s

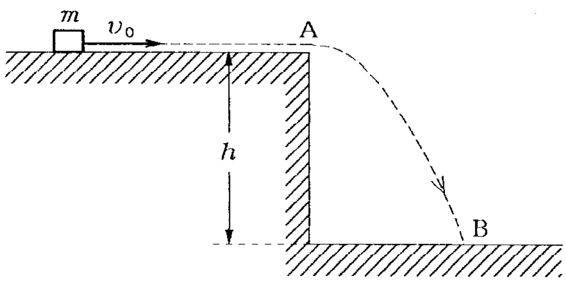
➲点 A と点 C との力学的エネルギーで考えてもよい。
また，落下点 C での速度の水平成分，鉛直成分を求めて，それらを合成しても v' を求めることができる。しかし，力学的エネルギー保存の法則を使ったほうが簡単にできる。

□ここがポイント！□

◆糸を切ったあと，おもりは水平投射と同じ運動をする。
◆糸を切った最下点と落下点とで力学的エネルギーは保存される。

1 (7441) D07

質量 m〔kg〕の物体を高さ h〔m〕の台上のA点から速さ v_0〔m/s〕で水平方向に投げ出したところ，やがて床上のB点に落下した。物体のB点での速さを V〔m/s〕，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕として，次の問いに答えなさい。ただし，台はなめらかであったとする。



(1) B点での小物体の速さ V〔m/s〕を v_0，g，h で表しなさい。

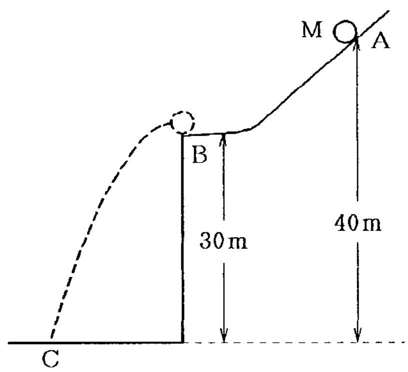
〔　　　　　　　　　〕

(2) $v_0=3.5$〔m/s〕，$h=0.40$〔m〕，$g=9.8$〔m/s^2〕では，速さ V〔m/s〕の値はいくらになるか。

〔　　　　　　　　　〕

2 (7442) D07

右図のように，質量10 kgの物体Mを，高さ40 mの点Aからなめらかな面上をすべらせた。物体Mは，高さ30 mの点Bで水平方向に飛び出し，点Cに落下した。重力加速度の大きさを9.8 m/s^{2}として，次の問いに答えなさい。



(1) 点Bにおける物体Mの速さ v は何m/sか。

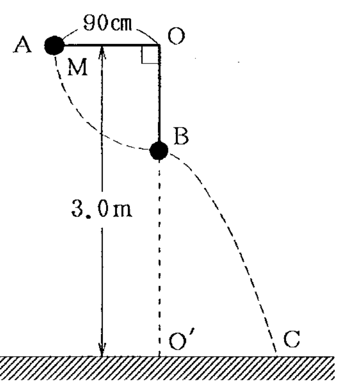
〔　　　　　　　　　〕

(2) 点Cに落下する直前の物体Mの速さ v' は何m/sか。

〔　　　　　　　　　〕

3 (7443) D07

右図のように質量2.0 kgのおもりMが長さ90 cmの糸で，水平面から3.0 mの高さの点Oからつり下げられている。糸をまっすぐにOAの位置に張り，おもりMをAの位置から静かにはなし，おもりがB点にきたとき糸を切った。重力加速度の大きさを9.8 m/s^{2}として，次の問いに答えなさい。



(1) 糸を切った瞬間のおもりMの速さ v は何m/sか。

〔　　　　　　　　　〕

(2) 点Oの真下の水平面上の点をO′，おもりMの落下点をCとすると，O′Cの長さは何mか。

〔　　　　　　　　　〕

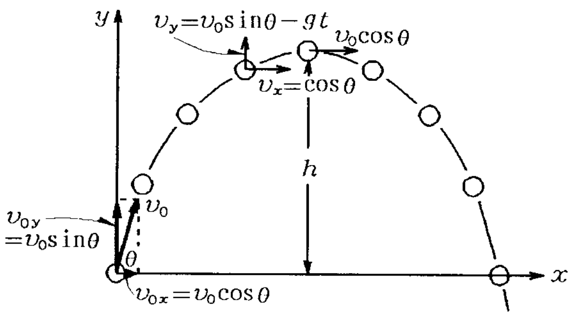
(3) おもりMがC点に落下した瞬間の速さ v' は何m/sか。

〔　　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7450)

●学習の視点　ここでは，斜めに投げ上げられた（つまり，斜方投射での）物体の最高点の高さを，力学的エネルギー保存の法則から求めることを学習する。物体の動きを水平方向と鉛直方向に分解し，垂直方向について力学的エネルギー保存の法則を適用することがポイントである。

テーマ　放物運動（斜方投射による運動）



●質量 m〔kg〕の小球を水平方向から θ の角度で斜め上方に，初速度 v_0〔m/s〕で投げ上げられたとして考えを進める。

●斜め上方に投げられた物体は，水平方向には等速直線運動を，鉛直方向には等加速度直線運動をする。

●初速度 v_0〔m/s〕の水平方向成分 v_{0x} は $v_{0x} = v_0\cos\theta$〔m/s〕，鉛直方向成分 v_{0y} は $v_{0y} = v_0\sin\theta$〔m/s〕である。

●力学的エネルギー保存の法則を使って，最高点の高さが求められる。

【最高点の高さ】

斜めに投げ上げられた物体の力学的エネルギーは保存されるから，初速度 v_0 で投げたとき，最高点での速度を v_1，高さを h とすれば，

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh$$

初速度の水平方向成分を v_{0x}，鉛直方向成分を v_{0y} とすれば，$v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2$，$v_1 = v_{0x}$ だから，

$$\frac{1}{2}mv_{0x}^2 + \frac{1}{2}mv_{0y}^2 = \frac{1}{2}mv_{0x}^2 + mgh$$

したがって，　$\frac{1}{2}mv_{0y}^2 = mgh$

水平方向から θ の角度で投げ上げたとすれば，$v_{0y} = v_0\sin\theta$ だから，

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$$

■■説　明■■

●重力のはたらく空間で運動する物体の力学的エネルギー　重力のはたらく空間では物体が運動しても，摩擦や空気抵抗などがはたらかないかぎり力学的エネルギーは保存される。

●放物運動（つまり，斜方投射の場合）と力学的エネルギー保存を考える際，鉛直投げ上げの場合と異なるのは，最高点で，水平方向の速度 $v_0\cos\theta$ をもつことである。したがって，最高点で物体のもつ運動エネルギーは0とはならない点がここでのポイントである。

●放物運動の式から最高点を求める方法　斜めに投げ上げられた物体は，最高点で速度の鉛直方向成分が0になるから，

$$0 = v_0\sin\theta - gt$$

ゆえに，最高点に達する時間 t は，

$$t=\frac{v_0\sin\theta}{g}$$

この値を $y=v_0\sin\theta\cdot t-\frac{1}{2}gt^2$ に代入すると，最高点 h は，

$$h=v_0\sin\theta\times\frac{v_0\sin\theta}{g}-\frac{1}{2}g\times\left(\frac{v_0\sin\theta}{g}\right)^2=\frac{v_0{}^2\sin^2\theta}{2g}$$

また，最高点 h を求めるのに，$v^2-v_0{}^2=2ax$ の式を使うと，次のように簡単に求められる。速度の鉛直成分を考えると，

$$0^2-(v_0\sin\theta)^2=-2gh \qquad \therefore\ h=\frac{v_0{}^2\sin^2\theta}{2g}$$

1　(7451)　D07

放物運動について，次の問いに答えなさい。

(1)　斜めに投げ上げられた物体は水平方向には何運動をし，鉛直方向には何運動をしているか。

水平方向〔　　　　　　　　　　　　　　〕

鉛直方向〔　　　　　　　　　　　　　　〕

(2)　斜めに投げ上げられた物体の初速度を v_0 とすると，初速度の水平方向および鉛直方向の成分はどのように表されるか。ただし，投げ上げられた角度を θ とする。

水平方向〔　　　　　　　　　　　　〕　鉛直方向〔　　　　　　　　　　　　〕

2　(7452)　D07

水平面から斜め上方に60°の角度で，質量 0.30 kg のボールを初速度 12 m/s で投げ上げた。位置エネルギーの基準を水平面にし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s² として，次の問いに答えなさい。

(1)　初速度を v_0 として，初速度の水平成分 v_{0x}，鉛直成分 v_{0y} を v_0 を使って表せ。

水平成分〔　　　　　　　　　　　　〕

鉛直成分〔　　　　　　　　　　　　〕

(2)　投げ上げた場所での物体の力学的エネルギー E_1 を v_{0x}，v_{0y} を使って表しなさい。ただし，質量は m とおくものとする。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

(3)　最高点の高さを h〔m〕としたとき，最高点での物体の力学的エネルギー E_2 を表す式を書け。必要ならば，v_{0x}，v_{0y} を使い，質量は m，重力加速度の大きさは g とおくものとする。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

(4)　力学的エネルギー保存の法則を用いて，最高点の高さ h〔m〕を求めなさい。

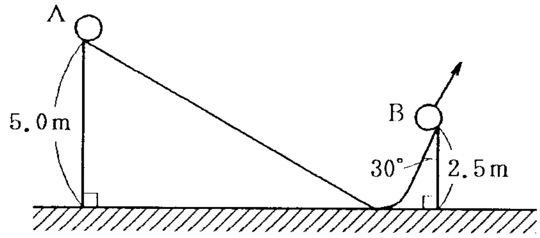
〔　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7460)

●例題の視点　斜面から飛び出す物体の運動についての問題である。なめらかな斜面だけの場合と，斜方投射の運動（放物運動）の場合が両方かかわっているところに特徴がある。力学的エネルギー保存の法則のあてはめ方を練習する。

基本例題　斜面から飛び出す物体の運動

右図のように，水平面から高さ5.0mの点Aから物体Mをなめらかな面上をすべらせると，物体Mは，高さ2.5mのB点から，鉛直方向と30°の角度で飛び出した。重力加速度の大きさを9.8m/s^{2}として，次の問いに答えなさい。



(1)　B点における物体Mの速さは何m/sか。

(2)　B点における物体Mの水平方向の速さは何m/sか。

(3)　物体MがB点から飛び出して最高点に達したときの高さは，水平面から何mか。

●斜面はなめらかなので，摩擦力ははたらかない。
●Aの位置での速度は0である。
●物体MはB点から飛び出す。
●B点から飛び出したあとは，下向きの重力がはたらくだけなので，斜方投射と考えればよい。

■■考え方■■

(1)　Aの位置とBの位置で力学的エネルギーは保存される。

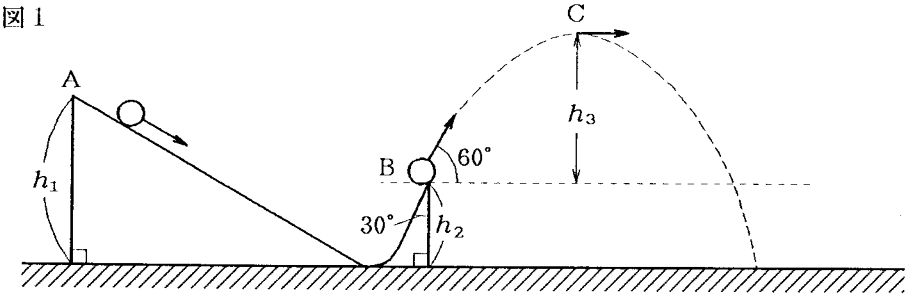
(2)　B点からあとは，(1)で求めた速さを v とすると，初速度 v，水平面となす角60°の斜方投射と考えられる。水平方向には等速度運動（等速直線運動）をする。

(3)　Bの位置を重力による位置エネルギーの基準として，斜方投射のときの最高点の高さの求め方と同様にすればよい。

■■解　答■■

(1)　物体の質量を m〔kg〕，Aの高さを h_1〔m〕，Bの高さを h_2〔m〕，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕として，次の図のように考える。

図1



B点における速さを v〔m/s〕とすると，AとBの位置で力学的エネルギーが保存されることから，

$$0+mgh_1=\frac{1}{2}mv^2+mgh_2$$

$$\frac{1}{2}mv^2=mg(h_1-h_2)$$

$$v_2=2g(h_1-h_2)$$

$$\therefore\quad v=\sqrt{2g(h_1-h_2)}$$

これにあたえられた数値を代入すると，

$$v=\sqrt{2\times9.8\times(5.0-2.5)}=\sqrt{2\times2\times49\times25\times10^{-2}}$$
$$=7.0\ \text{〔m/s〕}$$

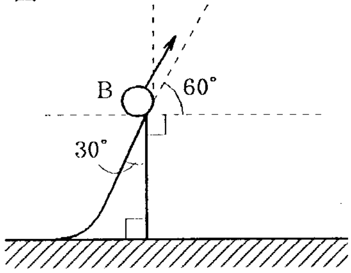
答え　7.0 m/s

(2) 右の図２より，Ｂ点での水平方向の速さ v_x〔m/s〕は，

$$v_x=v\cos60^\circ$$
$$=7.0\times\frac{1}{2}=3.5\ \text{〔m/s〕}$$

答え　3.5 m/s

図２



(3) 最高点の高さを図１のように，Ｂの位置から h_3〔m〕とし，Ｂの位置を位置エネルギーの基準とすると，力学的エネルギー保存の法則より，

$$\frac{1}{2}mv^2+0=\frac{1}{2}m(v\cos60^\circ)+mgh_3$$

$$mgh_3=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv^2\cos^260^\circ=\frac{1}{2}mv^2(1-\cos^260^\circ)$$

$$mgh_3=\frac{1}{2}mv^2\sin^260^\circ$$

$$\therefore\quad h_3=\frac{v^2\sin^260^\circ}{2g}$$

これにあたえられた数値を代入すると，

$$h_3=\frac{7.0^2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2\times9.8}=\frac{7\times7\times3}{2\times2\times49\times10^{-1}\times4}$$
$$=\frac{15}{8}=1.875\ \text{〔m〕}$$

よって，求める水平面からの高さは，

$$2.5+1.875=4.375\fallingdotseq4.4\ \text{〔m〕}$$

答え　4.4 m

➲ Ａの位置と最高点Ｃの位置での力学的エネルギーが等しいとして，次のようにして求めてもよい。この場合，水平面を重力による位置エネルギーの基準とする。

$$0+mgh_1=\frac{1}{2}m(v\cos60^\circ)^2+mg(h_2+h_3)$$

$$mg(h_2+h_3)=mgh_1-\frac{1}{2}mv^2\cos^260^\circ$$

$$\therefore\quad h_2+h_3=h_1-\frac{v^2\cos^260^\circ}{2g}$$

$$=5.0-\frac{7.0^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2\times9.8}=5.0-0.625$$

$$=4.375\fallingdotseq4.4\ \text{〔m〕}$$

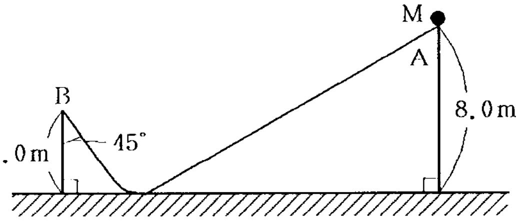
□ここがポイント!□

◆A点，B点，最高点のそれぞれで，力学的エネルギーは保存される。
◆重力による位置エネルギーの基準をどこにするか，きちんとおさえること。
◆B点からあとは，斜方投射と同じように考える。

---

1 (7461) D07

右図のように，8.0 m の高さの点 A から物体 M をすべらせた。面はなめらかであるとして，次の問いに答えなさい。ただし，物体 M の質量を m〔kg〕，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。



(1) 物体 M が B 点を通過するときの速さは何 m/s か。

〔　　　　　　〕

(2) 物体 M が B 点を通過してから最高点に達したときにもつ運動エネルギーは何 J か。

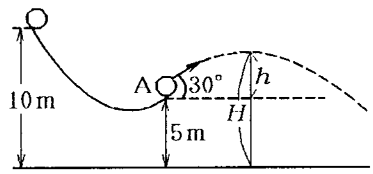
〔　　　　　　〕

(3) 物体 M が B 点を通過してから達する最高点は，水平面から何 m の位置にあるか。

〔　　　　　　〕

2 (7462) D07

図のような斜面を，基準面から高さ 10 m のところに置かれた質量 m〔kg〕の物体がすべり始め，A 点から斜め 30° 上方に飛び出した。飛び出した物体が通過する最高点の高さは，基準線上何 m のところか。面はなめらかとする。



〔　　　　　　〕

ヒント　物体が A 点に来たときの速さを力学的エネルギー保存の法則から求め，次に，A 点からの放物運動についての力学的エネルギー保存の法則から図の最高点 h を求めて，H を求める。

§8 力学的エネルギー保存の法則(4)

D08

ここでは，応用問題を扱います。糸でつながれた2物体の運動のように，物体が2つになったら，力学的エネルギーはどうなるでしょう？　また，力学的エネルギー保存の法則は，いつも成り立つのでしょうか？　ここはテストにもよく出題され，しかも，少しむずかしいところなので，しっかり身につけてほしいところです。

◇考え方のポイント◇

◆糸でつながれた2物体の運動

糸でつながれた2物体の運動では，糸と2物体を1つの系とみなして考える。運動エネルギーを E_k，位置エネルギーを E_p とすると，力学的エネルギーが保存される場合は，次のことがいえる。

失った（得た）E_p＝得た（失った）E_k

◆保存力と力学的エネルギー

① 重力や弾性力など，物体を点Aから点Bへ動かすとき，はたらく仕事 W が，2点A，Bの位置だけで決まるとき，その力を「保存力」という。このときの仕事の量 W を，点Aを基準として，物体が点Bにあるときの「位置エネルギー」という。

② 物体にはたらく力が保存力だけの場合，力学的エネルギーは保存される。

③ 保存力以外の力（非保存力）には，抗力，張力，手でおす力，動摩擦力，空気の抵抗力などがあるが，非保存力がはたらいても，その力が仕事をしなければ，力学的エネルギーは保存される。

④ 非保存力が仕事をする場合，たとえば物体が動摩擦力に逆らって運動する場合などでは，その力のする仕事の量だけ，力学的エネルギーが変化（減少）する。つまり，力学的エネルギーは，この場合，保存されない。

➲物体が動摩擦力に逆らって運動をする場合，動摩擦力がした仕事を W とすると，その仕事の絶対値（大きさ）$|W|$ だけ，運動エネルギーが減少する。このときの運動エネルギーの減少分を $\varDelta E$ とすると，

$$|W| = \varDelta E$$

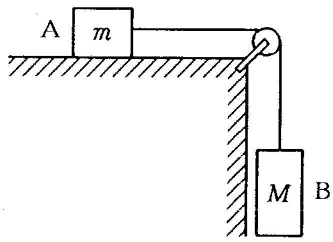
これを，「エネルギーの原理」という。

➲エネルギーの原理は，物体の集まり（系）においても成り立つ。

1　(0050)　[　　]　➲類題 7470　糸でつながれた2物体の運動

右図のように，水平でなめらかな台の上に，物体Aを置き，滑車をへてのび縮みしない糸で物体Bとつなぎ，静かにはなした。物体Aの質量を m〔kg〕，物体Bの質量を M〔kg〕，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕として，物体Bが h〔m〕動いたときの速さ v〔m/s〕を求めなさい。

〔　　　　　　　　　　　　〕

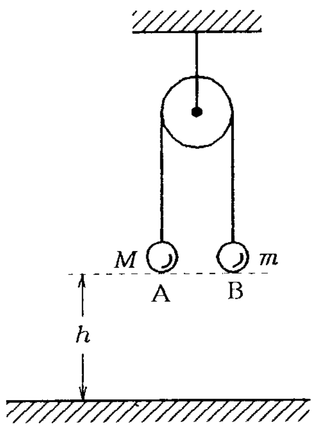


2 (0051) [　　] ➡類題 7480 動摩擦力がはたらく場合の運動

質量 4.0 kg の物体を水平面上に置き，初速度 8.0 m/s をあたえてすべらせたところ，物体は 6.0 m すべって止まった。このとき，物体と水平面の間の動摩擦係数を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

3 (0052) [　　] ➡類題 7490 アトウッドの装置と力学的エネルギー



右図のように，質量がそれぞれ M および $m(M>m)$ の球 A，B を，のび縮みせず，しなやかで切れない糸で結び，その糸を天井につるした滑車にかけた。

いま，A を手で支えて，両球の高さ（床から球の下端までの距離）が等しくなるようにして静止させたのち，手をはなす。A，B のその後の運動について，次の問いに答えなさい。ただし，両球のはじめの高さを h とし，重力加速度の大きさを g，糸の長さは h に比べて十分長いものとする。

(1) 球 A は落下して床に衝突し，はねかえらずにそのまま静止した。その後 B が到達する最高点は床からどれだけの高さか。h を用いて表しなさい。

〔　　　　　　　　〕

(2) また，A と B との力学的エネルギーの和は，B が最高点に達したときには，A が床に衝突する前に比べてどれだけ減少しているか。衝突直前の A の速さを v として，v を用いて表しなさい。

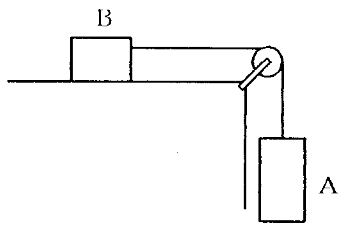
〔　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7470)

● 例題の視点　　物体が１つでなく，２つになった場合である。この場合の運動を考える。運動方程式を用いても解けるが，次の問題は糸の張力や加速度を求めよとはいっていないので，力学的エネルギーで考えたほうが簡単にできる。

基本例題　糸でつながれた２物体の運動

右図のように，水平でなめらかな台の上に，質量9.0kgの物体Ｂを置き，これにのび縮みのない糸をつけ，軽くてなめらかに回る滑車をへて，他端に質量1.0kgのおもりＡをつり下げて静かにはなした。Ａが1.0m下がったときの，Ａの速さを求めなさい。ただし重力加速度の大きさを9.8 m/s^{2}とする。



● 台はなめらかなので，摩擦力ははたらかない。
● Ａが1.0m下がったとき，Ｂは糸でつながれているので，1.0m右へ動く。
● Ａは1.0m下がったので，重力による位置エネルギーは減少する。
● そのかわり，Ａが v〔m/s〕になった。このとき，Ｂも v〔m/s〕となる。

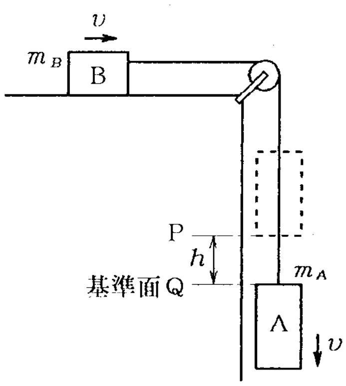
■■考え方■■

● Ａ，Ｂの質量を m_A, m_B とし，Ａが h 下がったとき，ＡとＢが速度 v をもったとする。
● ２物体は糸でつながれているので，全体を１つの系とみなして運動を考える。
● この運動の途中で外力ははたらかないから，はじめの状態とあとの状態で力学的エネルギーが保存される。
● この問題では，Ｂが台の上をずっと動いていると考えられるので，Ｂについて重力による位置エネルギーの変化はない。
● そこで，

Ａの失った重力による位置エネルギー
　　＝ＡとＢの得た運動エネルギー

と考えればよい。したがって，重力加速度の大きさを g とすると，

$$m_A g h = \frac{1}{2} m_A v^2 + \frac{1}{2} m_B v^2$$



■■解　答■■

Ａ，Ｂの質量を m_A〔kg〕，m_B〔kg〕とし，Ａが h〔m〕下がった位置をＱとする。ＡとＢは糸でつながれているので，Ａが h〔m〕下がったときの速さを v〔m/s〕とすると，Ｂも v〔m/s〕の速さをもつ。よって，力学的エネルギー保存の法則より，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とすると，

$$m_A g h = \frac{1}{2} m_A v^2 + \frac{1}{2} m_B v^2$$

$$\frac{1}{2}(m_A + m_B) v^2 = m_A g h$$

$$v^2=\frac{2m_A g h}{m_A+m_B}$$

$$v=\sqrt{\frac{2m_A g h}{m_A+m_B}}$$

$$=\sqrt{\frac{2\times1.0\times9.8\times1.0}{1.0+9.0}}=\sqrt{2\times2\times49\times10^{-2}}=1.4\ \text{〔m/s〕}$$

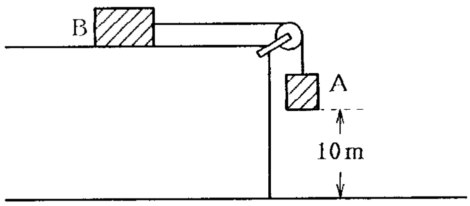
答え　1.4 m/s

□ここがポイント！□

◆糸でつながれている2物体を1つの系とみなして運動を考える。
◆力学的エネルギー保存の法則により，次のことがいえる。
　Aの失った重力による位置エネルギー
　＝Aの得た運動エネルギー＋Bの得た運動エネルギー

1　(7471)　D08

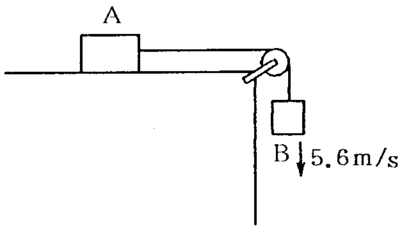
質量1.0 kgの物体Aと，質量3.0 kgの物体Bを右図のように糸で結ぶ。物体Bをなめらかな水平面上に置いたところ，物体Aは静かに下がり始め，10 m下の地面についた。このときのAが地面につく直前の速さ v〔m/s〕を求めなさい。ただし，重力加速度の大きさを9.8 m/s^{2}とする。



〔　　　　　　　〕

2　(7472)　D08

右図のように，のび縮みしない糸でつながった2つの物体A，Bがあり，静かにはなすと物体は運動を始め，ある瞬間に5.6 m/sの速さになった。この瞬間までに物体Aの移動した距離を求めなさい。ただし，物体Aの質量を1.5 kg，物体Bの質量を1.0 kg，重力加速度の大きさを9.8 m/s^{2}とし，水平面や滑車での摩擦はないものとして求めなさい。

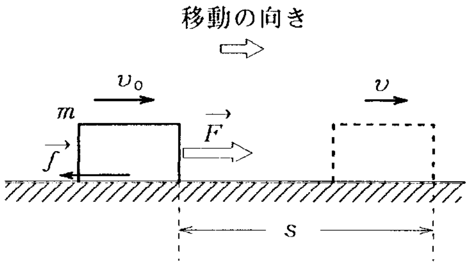


〔　　　　　　　〕

類題トレーニング(7480)

●学習の視点　　摩擦力が出てくると，「もうお手上げ」といっていないかな？　ここでの考え方を身につければ，もうあなたは，「力学的エネルギー博士？？」。じっくり腰をすえて，取り組んでほしい。

テーマ　動摩擦力がはたらく場合の運動



●右図のように，あらい水平面上に質量 m の物体を置き，水平方向に初速度 v_0 をあたえたとする。

●動摩擦力を $\vec{f}$，物体が移動の向きに s すべったときの速さを v とする。

●このときの動摩擦力が物体にする仕事を W とすると，物体の移動の向きと動摩擦力の向きは逆であるから，動摩擦力は負の仕事をする。よって，

$$W=-fs \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

●一方，このときの動摩擦力がする仕事によって，$v_0>v$ と速度が減少する。つまり，運動エネルギーが減少することになる。この運動エネルギーの減少を ΔE とすると，

$$\Delta E=\frac{1}{2}mv_0{}^2-\frac{1}{2}mv^2 \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

●この ΔE は，W の大きさ $|W|$ と等しいから，①，②より，

$$|W|=\Delta E$$

$$fs=\frac{1}{2}mv_0{}^2-\frac{1}{2}mv^2 \quad \cdots\cdots\cdots ③$$

●すなわち，運動エネルギーは，動摩擦力のする仕事の絶対値（大きさ）だけ減少する。一般に力学的エネルギーについて，次のことがいえる。

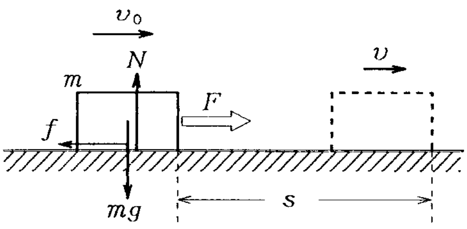
【動摩擦力がはたらく場合の力学的エネルギー】

物体が動摩擦力に逆らって運動する場合，その力のする仕事の絶対値（大きさ）だけ力学的エネルギーが減少する。

➲すなわち，動摩擦力がはたらく場合は，力学的エネルギーが保存されない。

■■説　明■■

●運動エネルギーの変化量と動摩擦係数



テーマの場面で，物体と面との間の動摩擦係数を μ' とし，重力加速度の大きさを g，面から物体が受ける垂直抗力の大きさを N とすると，動摩擦力 f は，

$$f=\mu' N$$

ここで，$N=mg$ であるから，

$$f=\mu' mg$$

となる。これをテーマの③の式に代入すると，

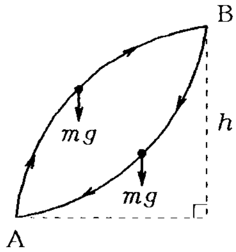
$$|W|=fs=\mu' mgs=\frac{1}{2}mv_0{}^2-\frac{1}{2}mv^2=\Delta E$$

と表すことができる。

この仕事と運動エネルギーの関係を，「エネルギーの原理」という。

●保存力と非保存力

右の図において，質量 m の物体が点 A から出発し，点 B をへてもとにもどるとき，重力 mg のする仕事を考える。



点 A から点 B へ移動するとき，重力 mg のする仕事は，負であり，道すじによらず，仕事＝重力×高さ であるから，$-mgh$ である。次に，点 B から点 A にもどるとき，重力がする仕事は正で，mgh である。

よって，点 A から点 B をへて一巡してもとにもどるときの仕事は，

$$-mgh+mgh=0$$

となる。

このように，重力の場において，物体がある点から出発し，一巡してもとの点にもどる間に，重力のする全仕事量は 0 である。このような場を「保存力の場」といい，それにはたらく力を「保存力」という。保存力のする仕事は，出発点と最終点でのみで決まり，途中の道すじには関係しない。重力や弾性力は保存力であるが，摩擦力は保存力ではない (「非保存力」という)。保存力の場では，力学的エネルギー保存の法則が成立する。

空気の抵抗力も摩擦力と同様，非保存力であり，非保存力がはたらく場合は，力学的エネルギー保存の法則が成り立たない。

➲非保存力には，抗力，張力，手でおす力などがあるが，これらの力がはたらいても，その力が仕事をしなければ，力学的エネルギーは保存される。

●保存力と位置エネルギー　保存力は次のようにいえる。物体を点 A から点 B へ動かすとき，はたらく仕事 W が 2 点 A，B の位置だけで決まるとき，その力を「保存力」という。

また，このときの仕事の量 W を，点 A を基準として，物体が点 B にあるときの「位置エネルギー」という。

➲保存力には，重力や弾性力のほかに万有引力や静電気力などがある。保存力の場では位置エネルギーが考えられる。

●動摩擦力がはたらく場合　このテーマの場面では，動摩擦力は負の仕事をするので，その仕事の絶対値 (大きさ) だけ物体の運動エネルギーは減少する。一般に，次のことがいえる。

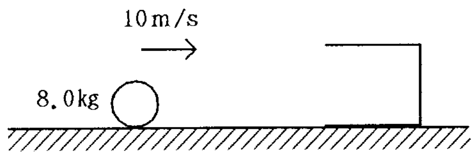
非保存力が仕事をする場合，その力のする仕事の量だけ力学的エネルギーが変化する。

➲第 5 章「熱とエネルギー」で学習するように，この運動エネルギーの減少分は，熱などに変わるのである。力学的エネルギー保存の法則は，摩擦が無視できるときに成り立つものであることに注意する必要がある。

---

1 (7481) D08

右図のように，質量 8.0 kg の鉄のボールを速さ 10 m/s で水平面上をころがした。これについて，次の問いに答えなさい。



(1) このボールのもつ運動エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　　〕

(2) 右図のようにして箱でボールを受けると，箱とボールは一体となって動き出した。この箱の質量は無視でき，箱と面との動摩擦係数を 0.20 とするとき，箱が停止するまでに移動する距離は何 m になるか。重力加速度の大きさを $9.8\,\mathrm{m/s^2}$ とし，小数第 1 位まで求めなさい。

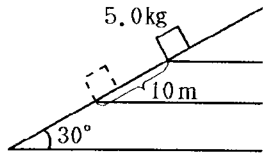
〔　　　　　　　　　〕

2 (7482) D08

机上の硬貨をはじいてすべらせるとき，初速度を３倍にすると，すべる距離は何倍になるか。ただし，摩擦力は一定とする。

〔　　　　　　〕

3 (7483) D08



傾き30°の摩擦のある斜面上で質量5.0kgの物体がすべり始めた。斜面に沿って10mすべり下りたときの物体の速さが8.0m/sであった。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを$9.8\,m/s^2$とする。

(1) 斜面がなめらかだったとすれば，斜面に沿って10mすべり下りたときの物体の速さは何m/sになるはずか。

〔　　　　　　〕

(2) 斜面との摩擦によって失われた力学的エネルギーは何Jか。

〔　　　　　　〕

4 (7484) D08

質量2.0kgの物体をあらい斜面上で，斜面に沿って上向きの初速度5.0m/sですべらせると，もとの位置にもどったときの速さが2.0m/sであった。このとき，次の問いに答えなさい。

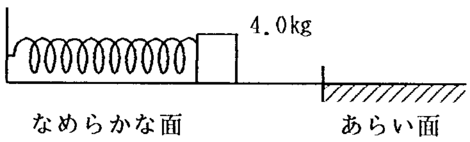
(1) このとき，失われた物体の力学的エネルギーは何Jか。

〔　　　　　　〕

(2) このとき，動摩擦力が物体にした仕事は何Jか。

〔　　　　　　〕

5 (7485) D08



右図のように，なめらかな水平面上で，ばね定数49N/mのばねの一端を固定し，他端に質量4.0kgの物体をおしつけ，自然長より0.30m縮めてはなした。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを$9.8\,m/s^2$とする。

(1) ばねから離れた直後の物体の速さはいくらか。

〔　　　　　　〕

(2) この物体は，ばねから離れたあと，右方のあらい面上を何mすべって止まるか。ただし，動摩擦係数を0.60とする。

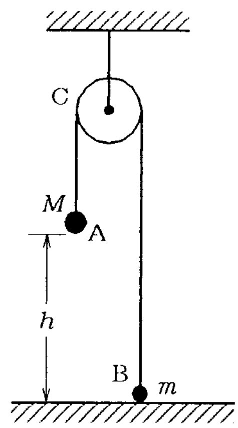
〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7490)

●例題の視点　　この問題は，一度やったことがないとたいへん。力学的エネルギー保存の法則を，「いつ，どこで」使うのかがポイントとなる。

基本例題　アトウッドの装置と力学的エネルギー

右図のように定滑車 C に糸をかけ，その両端に質量 M, m ($M > m$) の物体 A，B をつるし，B を地上に支えたところ，A は地面から高さ h のところにあった。物体 B をはなしたとき，B の達する最高点の地面からの高さ H を求めなさい。ただし，滑車の摩擦と質量，糸の質量は無視できるものとする。



●定滑車に A と B がつながれている。物体は A と B の 2 つある。
●A のほうが B よりも質量が大きい。
●A は，はじめ高さ h のところにあった。
●A と B は糸でつながっているから，はじめは A が下がると B が上がる。

■■考え方■■

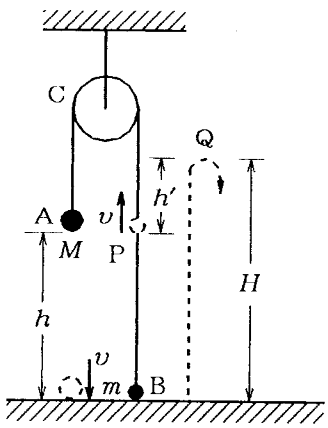
●B が最高点に達する前に，A は地面に衝突し，地面から抗力を受けるので，A が失った重力による位置エネルギーと B が得た運動エネルギーが等しいとしてはいけない。
●次のように，2 段階で考えること。

(1) 物体 A と物体 B の 2 つの物体と定滑車 C と糸をまとめて系とし，系について考える。系のはじめの状態は B をはなした直後とし，終わりの状態は A が地面に衝突するまでとし，この間で考える。この間，外力ははたらかないから，力学的エネルギー保存の法則を使うことができる。これを利用して，B（A も同じ）の速度を求めることができる。

(2) A が地面についたあとの運動を考える。A は地面と衝突したあと，どうはねかえるかは，反発係数の値によって変わってくるが，この問題では関係がない。B については，(1)で求めた初速度で鉛直投げ上げの運動をすると考えてよい（A が地面についたので糸はたるみ，B はもう A の影響を受けなくなるから)。よって，こんどは B のみに着目して，最高点の高さを考えればよいことになる。

■■解　答■■

右図のように，A が地面についたあと，B は P 点から初速度 v で鉛直投げ上げの運動するから，そのときの最高点を Q とし，$\overline{PQ}=h'$ とする。



まず，A が地面に衝突するまでの運動を考える。

A が地面に衝突する直前の速さは v であり，この間に B は高さ h のところまで上昇する。したがって，地面を重力による位置エネルギーの基準にとると，力学的エネルギー保存の法則より，重力加速度の大きさを g として，次の式が成り立つ。

$$Mgh=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}mv^2+mgh \quad \cdots\cdots ①$$

➡はじめの状態は，A のみが重力による位置エネルギーをもっているとき。A が地面に衝突する直前は，A も B も速さ v で運動しており，B が高さ h まで上がったので，B が重力による位置エネルギーをもった状態である。

①より，　$\frac{1}{2}(M+m)v^2=gh(M-m)$

$$\therefore \quad v^2=\frac{2gh(M-m)}{M+m} \quad \cdots\cdots ②$$

一方，A が地面についたあとは，糸がたるむから，B は A に影響されずに初速度 v の鉛直投げ上げの運動をすると考えられる。P 点の位置を重力による位置エネルギーの基準にとると，Q 点では速度が 0 となることから，力学的エネルギー保存の法則より，

$$\frac{1}{2}mv^2=mgh' \quad \therefore \quad h'=\frac{v^2}{2g} \quad \cdots\cdots ③$$

ここで，③に②を代入すると，

$$h'=\frac{\frac{2gh(M-m)}{M+m}}{2g}=\frac{h(M-m)}{M+m}$$

よって，求める高さ H は，

$$H=h+h'=h+\frac{M-m}{M+m}h=\left(1+\frac{M-m}{M+m}\right)h$$

$$=\frac{M+m+M-m}{M+m}h=\frac{2Mh}{M+m}$$

答え　$\frac{2Mh}{M+m}$

□ここがポイント！□

◆ 2 段階で考えること。
　① A が地面に衝突する直前までの力学的エネルギーの保存。
　② A が地面に衝突したあとの B の運動。

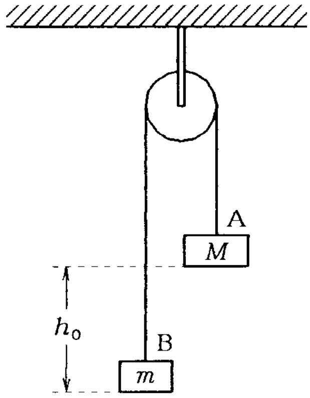
◆ 2 物体の運動でも，糸でつながれている場合は，全体を 1 つの系とみなして運動を考えるとよい。

◆地面に衝突すると，系は地面から抗力という外力を受けるので，A が地面に衝突する直前までならば力学的エネルギー保存の法則が成り立つ。

1 (7491) D08

右図のように，なめらかな滑車に糸をかけ，糸の両端に質量 M〔kg〕の物体Ａと質量 m〔kg〕の物体Ｂをつるして，手を静かにはなした。最初のＡとＢの高さの差を h_0〔m〕とし，ＡとＢが同じ高さになるときの物体Ａ，Ｂの速さ v〔m/s〕を求めなさい。ただし，$M>m$ で，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

〔　　　　　　〕



2 (7492) D08

右図のように，質量がそれぞれ M，$m(M>m)$ の物体Ａ，Ｂを床から高さ h の位置に静止させる。そこで物体Ｂから手をはなすと両物体は動き出す。重力加速度の大きさを g として，次の問いに答えなさい。

(1) 物体Ａが床につく直前の両物体の速さを v として，力学的エネルギー保存の法則を書きなさい。

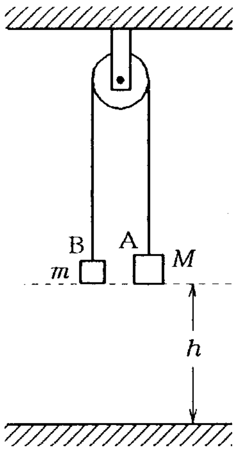
〔　　　　　　〕

(2) 物体Ａが h だけ下降する間に重力が物体Ａにした仕事 W_1 を求めよ。

〔　　　　　　〕

(3) また，糸の張力が物体Ａにした仕事 W_2 はいくらか。(1)の v を用いて答えなさい。

〔　　　　　　〕



3 (7493) D08

右図のように，質量がそれぞれ $2m$，m の物体Ａ，Ｂを軽い糸でつないでなめらかな滑車にかけ物体Ａを支えて，物体Ｂが床上にあって糸がたるまないようにしたとき，物体Ａの床よりの高さは h であった。物体Ａの支えを静かに除いたときの運動について，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g とする。

(1) 物体Ａが床に達する直前，両物体の重力による位置エネルギーの和は，はじめの状態に比べてどれだけ減少しているか。

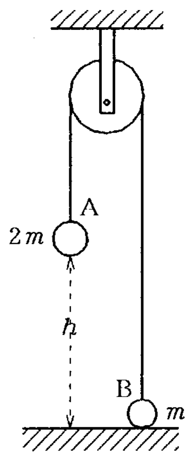
〔　　　　　　〕

(2) (1)のときの物体Ｂの速さはいくらか。

〔　　　　　　〕

(3) その後，物体Ｂは床から最高どれだけの高さまで上昇するか。

〔　　　　　　〕



(4) 物体Ｂが床上から高さ h まで上昇する間に糸の張力が物体にした仕事はいくらであったか。

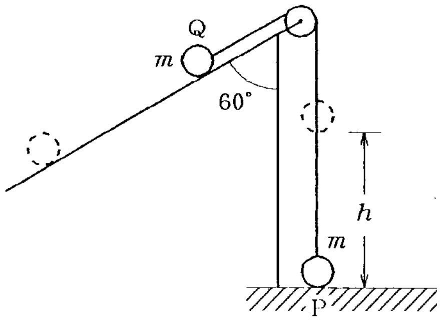
〔　　　　　　〕

(5) (4)の間，糸の張力は一定であったとして，糸の張力の大きさを求めなさい。

〔　　　　　　〕

4 (7494) D08

質量がともに m〔kg〕の小球 P，Q を右図のように軽い糸で結んで定滑車を通し，鉛直と 60°の角をなすなめらかな斜面上に Q を置く。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。



(1) P を h〔m〕静かに持ち上げるときに必要な外部からの仕事の大きさ W を求めなさい。

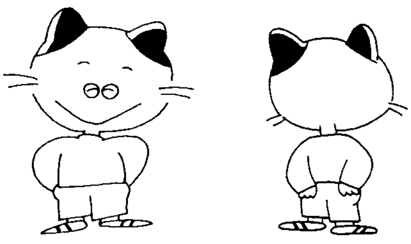
〔　　　　　　　　〕

(2) 高さ h〔m〕で P をはなしたとき，P が床に衝突する直前の速さ v を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

(3) P が h〔m〕落下する間に，P が Q にした仕事の大きさ W' を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕



§9 運動量と力学的エネルギー

D09

このセクションでは，この章のしめくくりとして，運動量と力学的エネルギーの関係を学習します。これまで学習した運動量保存の法則，反発係数，そして力学的エネルギーなどを活用しながら進めていきます。ここは，「力学」の最高峰の部分なので，応用問題としてよくねらわれるところです。きちんと理解しておいてください。

◇考え方のポイント◇

◆弾性衝突と力学的エネルギー

$e=1$ の場合は，衝突の前後で力学的エネルギーが保存される。

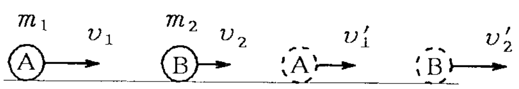
◆非弾性衝突と力学的エネルギー

$0 \leqq e < 1$ の場合は，衝突によって力学的エネルギーの一部が失われるので，減少する。つまり，この場合は，力学的エネルギーは保存されない。

➲ $e=0$ の場合は，衝突後，一体となる運動である。

1 (0053) ［　］ ➲類題 7500　2物体の衝突と力学的エネルギー

右図のように，なめらかな水平面上で，質量 m_1〔kg〕，m_2〔kg〕の小球 A，B が，一直線上を同じ向きに速度 v_1〔m/s〕，v_2〔m/s〕で進んで衝突し，速度がそれぞれ v_1'〔m/s〕，v_2'〔m/s〕になった。この衝突が完全弾性衝突であるときは，運動エネルギーの和が保存されることを示せ。



2 (0054) ［　］ ➲類題 7510　衝突で失われるエネルギー

静止している質量 m〔kg〕の物体に，質量 m〔kg〕の物体が速度 v〔m/s〕で衝突し，衝突後一体となって進んだとき失われる運動エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　〕

3 (0055) ［　］ ➲類題 7520　弾丸を受けた木の抵抗力

質量 m〔kg〕の弾丸を，水平でなめらかな台の上に置かれた質量 M〔kg〕の木に水平に打ちこんだら，弾丸は l〔m〕木にくいこんだ。そして，木は V〔m/s〕の速さで動きだした。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 打ちこんだ弾丸の速さ v〔m/s〕はいくらか。

〔　　　　　　　　〕

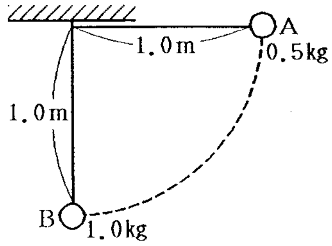
(2) 弾丸にあたえた抵抗力 F が一定であったとすると，F の大きさはいくらか。

〔　　　　　　　　〕

4 (0056) [　] ➡類題7530 振り子の衝突と力学的エネルギー

質量0.50kgのおもりAと質量1.0kgのおもりBが，それぞれ長さ1.0mの糸で同一点からつり下げられている。

図のように，おもりAを糸がたるまないように水平になる位置まで持ち上げてからはなし，おもりBと衝突させた。AはBに衝突したあと，一体となって運動した。次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを9.8m/s^{2}とする。



(1) 衝突後Bははじめの位置からどれだけの高さまで上がるか。

〔　　　　　〕

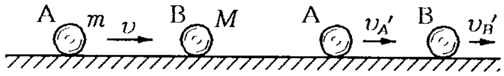
(2) この衝突の前後で失われた運動エネルギーは何Jか。

〔　　　　　〕

類題トレーニング(7500)

●学習の視点　　2物体が衝突する場合，その衝突前後における力学的エネルギーがどのようになっているかを考える。

テーマ 2物体の衝突と力学的エネルギー



●なめらかな水平面上に質量 M の小球 B をおき，速さ v で運動している質量 m の小球 A を一直線上で衝突させる。

●2球の衝突は完全弾性衝突であるとする。

●衝突後の速さをそれぞれ v_A'，v_B' とする。

●運動量保存の法則より，　$mv = mv_A' + Mv_B'$　………①

●反発係数の式より，　$1 = -\dfrac{v_A' - v_B'}{v - 0}$　………②

①，②より，

$$v_A' = \frac{m-M}{m+M}v \qquad v_B' = \frac{2m}{m+M}v$$

●衝突前後の運動エネルギーを計算してみると，

衝突前… $\dfrac{1}{2}mv^2$

衝突後… $\dfrac{1}{2}mv_A'^2 + \dfrac{1}{2}Mv_B'^2 = \dfrac{1}{2}m\left(\dfrac{m-M}{m+M}\right)^2 v^2 + \dfrac{1}{2}M\left(\dfrac{2m}{m+M}\right)^2 v^2$

$$= \frac{1}{2}mv^2\frac{m^2+2mM+M^2}{(m+M)^2}$$

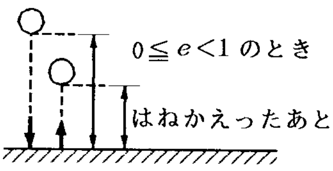
$$= \frac{1}{2}mv^2$$

【衝突と力学的エネルギー】

完全弾性衝突（$e=1$）においては，衝突の前後で力学的エネルギーが保存される。

非弾性衝突（$0 \leqq e < 1$）においては，力学的エネルギーは保存されない。

■■説　明■■

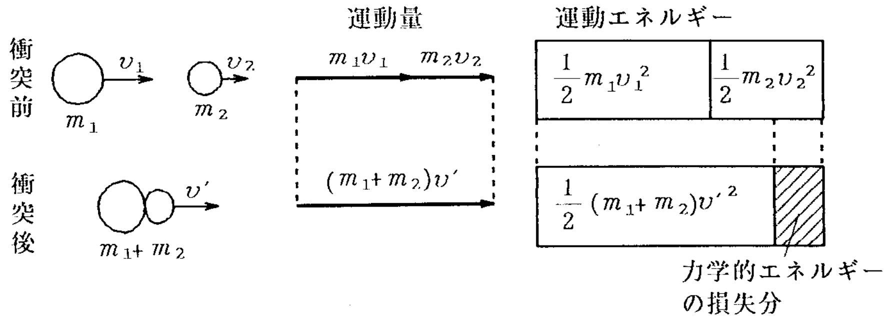


●非弾性衝突の場合　　非弾性衝突（$0 \leqq e < 1$）では，力学的エネルギーは保存されず，一部が失われてしまう。たとえば，右図のようにボールを床に落とすと，最初落とした高さまではもどらない。つまり重力による位置エネルギーが減少したことになる。

力学的エネルギーが保存されるのは，$e=1$ の場合だけである。

●物体が衝突によって一体化する場合（$e=0$），衝突の前後で運動量は保存されるが，運動エネルギーは減少する。

一直線上で速度 v_1 で運動している質量 m_1 の物体が，速度 v_2（ただし，$v_1 > v_2$）で運動している質量 m_2 の物体と衝突し一体となり，速度 v' で運動した場合を考える。



外力による力積を加えないかぎり，衝突前後で運動量の総和は保存されることにより，次の式が成り立つ。

$$m_1v_1+m_2v_2=(m_1+m_2)v' \qquad \therefore \quad v'=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}$$

この v' を用いて，衝突前後の運動エネルギーの大きさを比べてみる。

衝突前の運動エネルギー E　　$E=\frac{1}{2}m_1{v_1}^2+\frac{1}{2}m_2{v_2}^2$

衝突後の運動エネルギー E'　　$E'=\frac{1}{2}(m_1+m_2){v'}^2$

よって，衝突前後の運動エネルギーの差 $\varDelta E$ は，

$$\begin{aligned}\varDelta E=E'-E&=\frac{1}{2}(m_1+m_2){v'}^2-\left(\frac{1}{2}m_1{v_1}^2+\frac{1}{2}m_2{v_2}^2\right)\\&=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\times\left(\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}\right)-\frac{1}{2}m_1{v_1}^2-\frac{1}{2}m_2{v_2}^2\\&=-\frac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}(v_1+v_2)^2\end{aligned}$$

ここで，$v_1>v_2$ であるから，$\varDelta E<0$ となる。つまり，衝突後，運動エネルギーは減少することがわかる。

● 非弾性衝突で失われる力学的エネルギー

上の例では衝突して一体となるので，力学的エネルギー（この場合は運動エネルギー）は保存されなかった。このとき失った運動エネルギー $\varDelta E$ は，どこへいってしまったのだろう？

実は，衝突した際に，変形のための仕事に使われたり，音や熱のエネルギーとなって，逃げてしまうのである。

➲物体が衝突したり，こすり合ったり，落下して地中にもぐりこんだときなどは，力学的エネルギーが失われた分だけ，物体やそのまわりのものに熱が発生する。たとえば，砂袋を目の高さから50回連続して落下させて砂の温度を測ると，落下前より高くなっているのがわかる。

ここでは2物体の系を考えているので，この系の外部へエネルギーが一部出ていってしまうと，力学的エネルギーが保存されない。

したがって，摩擦力がはたらく場合や $0\leqq e<1$ の衝突の際には，力学的エネルギー保存の法則が使えない（場合が多い）ので注意すること。

ただし，衝突の際には，2物体の系を考えたとき，外力ははたらかないので，運動量は保存される。運動量保存の法則，あるいは，反発係数の式は使えるので，ここでもう一度確認しておこう。力学的エネルギー保存の法則が使えるか，使えないかは，いろいろな場面の問題を解いて慣れるのがいちばんよい。

● 分裂と力学的エネルギー　物体が分裂する場面でも，力学的エネルギー保存の法則を使って考えることができる。

1 (7501) D09

2物体の衝突と力学的エネルギーについて，次の問いに答えなさい。

(1) $e=1$ の場合，衝突の前後で運動エネルギーの和はどうなるか。

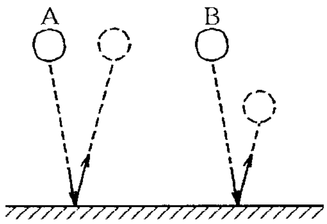
〔　　　　　　　　〕

(2) $0 \leqq e < 1$ のとき，衝突の前後で運動エネルギーの和はどうなるか。

〔　　　　　　　　〕

2 (7502) D09

床に球を落としたら右図のようになった。



(1) 完全弾性衝突したのは，A，B のどちらか。

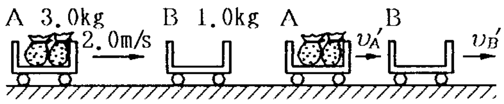
〔　　　　〕

(2) 力学的エネルギーが保存されたのは，A，B のどちらか。

〔　　　　〕

3 (7503) D09

なめらかな水平面上に質量1.0kgの台車Bを置き，速さ2.0m/sで質量3.0kgの台車Aを衝突させた。2台の台車の衝突は完全弾性衝突であるとして，次の問いに答えなさい。



(1) 衝突後の台車A，Bの速さ v_A'，v_B' は何m/sか。

v_A'〔　　　　〕　v_B'〔　　　　〕

(2) 衝突前の台車Aの運動エネルギー E_k は何Jか。

〔　　　　〕

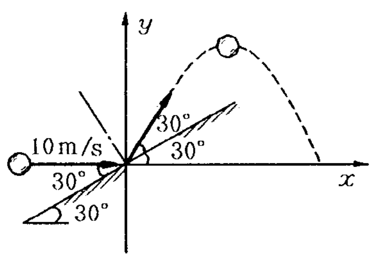
(3) 衝突後の2つの台車の運動エネルギーの和 E_k' は何Jか。

〔　　　　〕

4 (7504) D09

水平に対して30°の角をなすなめらかな斜面がある。この斜面に水平方向から飛んできた10m/sの速さのボールがあたり，図のようにはねかえった。このボールが最高点に達したときの高さは，衝突点を基準として何mか。

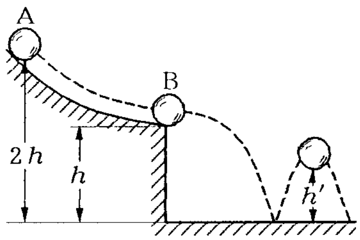
〔　　　　〕



5 (7505) D09

図のように斜面上から小球Aがころがり落ち，斜面の端においてある小球Bに衝突した。小球Bは水平方向に投げ出され，床にはねかえって図のように進んだ。

小球AとBの反発係数を0.80，小球Bと床との反発係数を0.60として，小球BがAの衝突によって投げ出されたときの速さと，Bが床に衝突してはねかえるときの最高点の高さを求めなさい。ただし，小球AとBの質量は等しいものとし，斜面や床はなめらかであったとする。また，重力加速度の大きさを g とする。



速さ〔　　　　〕

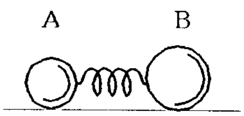
高さ〔　　　　〕

ヒント 次ページを見てください。

ヒント　A が B にぶつかるときの速さは，力学的エネルギー保存の法則より求める。

6　(7506)　D09

なめらかな水平面上に２つの小球 A，B（質量 m, M）を置き，小球の間に軽いつるまきばねをはさみ，少しおし縮めてから手をはなすと，２球はたがいに反対の向きに進んだ。



このとき，A と B の速さを v，V としたとき，次の問いに答えなさい。

(1)　$\dfrac{v}{V}$ はいくらになるか。

〔　　　　　〕

(2)　A と B の運動エネルギーを，E_A，E_B とすると，$\dfrac{E_A}{E_B}$ はいくらになるか。

〔　　　　　〕

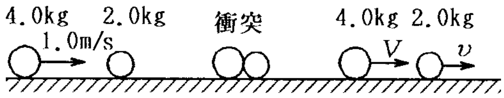
類題トレーニング(7510)

● 例題の視点　　ここでは，$0 < e < 1$ の場合について衝突の前後で力学的エネルギーがどれだけ失われるかを例題を通して学習する。

基本例題　衝突で失われるエネルギー

質量4.0 kgの球が速さ1.0 m/sで進んできて，質量2.0 kgの静止している球に衝突した。衝突の際に失われたエネルギーを求めなさい。ただし，反発係数を0.50とする。

● 問題の内容を図にすると右のようになる。
● いままでと同様に，衝突後の2つの球の速度を求めることが第1である。



■■考え方■■

● 運動量保存の式および反発係数の式から衝突後の速度を求める。
● 次に，それぞれの球についての運動エネルギーを求め，衝突前の運動エネルギーから衝突後の運動エネルギーの和を引いて，失われたエネルギーを求めればよい。

■■解　答■■

衝突後の4.0 kgの球の速度を V〔m/s〕，2.0 kgの球の速度を v〔m/s〕とし，右向きを正とすると，運動量保存の法則より，

$$4.0 \times 1.0 + 0 = 4.0V + 2.0v$$

$$\therefore\quad 2 = 2V + v \qquad \cdots\cdots\text{①}$$

反発係数の式より，

$$0.50 = -\frac{V - v}{1.0 - 0} \qquad \therefore\quad 1 = -2V + 2v \qquad \cdots\cdots\text{②}$$

①，②より，　$v = 1.0$〔m/s〕，$V = 0.50$〔m/s〕

衝突前の運動エネルギーの総和 E〔J〕は，

$$E = \frac{1}{2} \times 4.0 \times 1.0^2 + 0 = 2.0\ \text{〔J〕}$$

衝突後の運動エネルギーの総和 E'〔J〕は，

$$E' = \frac{1}{2} \times 4.0 \times 0.50^2 + \frac{1}{2} \times 2.0 \times 1.0^2 = 1.5\ \text{〔J〕}$$

よって，衝突によって失われたエネルギー ΔE〔J〕は，

$$\Delta E = E - E' = 2 - 1.5 = 0.50\ \text{〔J〕}$$

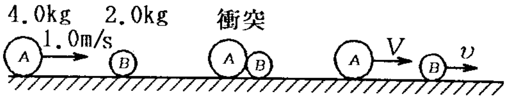
答え　0.50 J

□ここがポイント!□

まず，衝突の直前直後の速度を，運動量保存の式および反発係数の式から求めること。

1 (7511) D09

質量4.0 kgの小球Aが速さ1.0 m/sで進んできて質量2.0 kgの静止している小球Bに衝突した。反発係数を0.80として，次の問いに答えなさい。



(1) 衝突後の小球A，Bの速さ V，v を求めなさい。

A〔　　　　　　〕

B〔　　　　　　〕

(2) 衝突の際に失われた運動エネルギー ΔE_1 を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(3) 反発係数が1の場合，衝突の際に失われる運動エネルギー ΔE_2 はいくらか。

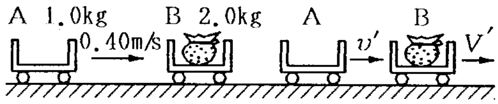
〔　　　　　　〕

(4) 反発係数が0の場合，衝突の際に失われる運動エネルギー ΔE_3 はいくらか。

〔　　　　　　〕

2 (7512) D09

質量1.0 kgの台車Aが速さ0.40 m/sで走ってきて，質量2.0 kgの静止している台車Bに衝突した。反発係数を0.50として，次の問いに答えなさい。



(1) 衝突直後の台車A，Bの速さ（v'，V'）は何 m/s か。

A〔　　　　　　〕 B〔　　　　　　〕

(2) 衝突の際に失われた運動エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7520)

●例題の視点　　　木に弾丸を打ちこんだとき，弾丸は木からどれだけの抵抗力を受けるかということを考える。失われた運動エネルギーが何に使われたかを考えるところがポイントである。この問題はテストでよくねらわれる。考え方をしっかり身につけよう。

基本例題　弾丸を受けた木の抵抗力

質量 0.20 kg の弾丸を，水平でなめらかな台の上に置かれた質量 10 kg の木に水平に打ちこんだら，弾丸は 4.0 cm 木にくいこんだ。そして木は 2.0 m/s の速さで動きだした。

このとき，次のそれぞれの値を求めなさい。

(1) 打ちこんだ弾丸の速さ。

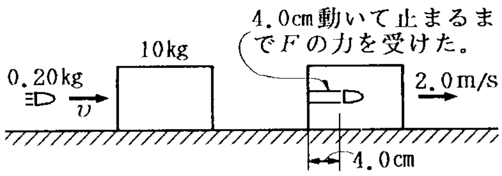
(2) 木が弾丸にあたえた抵抗力 F が一定であったとして，抵抗力がした仕事。

(3) 弾丸にあたえた抵抗力 F の大きさ。

●問題の内容を図にすると右のようになる。

●弾丸が打ちこまれたあとは一体となって運動した（つまり，$e=0$ の衝突をした）と考えるのである。

●弾丸は木から抵抗力 F を受け，4.0 cm 動いて止まった。このとき，F の向きは，運動の向きと逆である。



■■考え方■■

(1) 衝突後一体となる運動として，運動量保存の法則より求めればよい。

(2) $W=Fs$（仕事＝力×移動距離）である。力の向きと動く向きが逆なので，仕事は負となる。

(3) 抵抗力がした仕事 W によって運動エネルギーが失われたと考えればいいから，失われた運動エネルギー ΔE をまず求める。$|W|=\Delta E$ である。

■■解　答■■

(1) 弾丸の質量を m〔kg〕，木の質量を M〔kg〕，衝突前後の速度を v〔m/s〕，V〔m/s〕とすると，運動量保存の法則より，

$$mv=(M+m)V$$

$$\therefore\quad v=\frac{M+m}{m}V$$

$$=\frac{10+0.20}{0.20}\times 2.0=1.02\times 10^2 \fallingdotseq 1.0\times 10^2\ \text{〔m/s〕}$$

答え　1.0×10² m/s

(2) $W=-Fs$，$s=4.0\times 10^{-2}$〔m〕で，仕事は負となるから，

$$W=-4.0\times 10^{-2}F\ \text{〔J〕}\quad\cdots\cdots\text{①}$$

答え　$-4.0\times 10^{-2}F$〔J〕

(3) 抵抗力がした仕事 W によって失われた運動エネルギーを ΔE〔J〕とすると，

$$\Delta E=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}(M+m)V^2$$

$$\Delta E=\frac{1}{2}\times 0.20\times(1.02\times 10^2)^2-\frac{1}{2}\times(10+0.20)\times 2.0^2$$

$$=1.02\times 10^3\ \text{〔J〕}\quad\cdots\cdots\text{②}$$

ここで，エネルギーの原理より，$\Delta E = |W|$ であるから，

$|W| = \Delta E$

①，②より，

$4.0\times10^{-2}F = 1.02\times10^{3}$

$\therefore\ F = \dfrac{1.02\times10^{3}}{4.0\times10^{-2}} = 2.55\times10^{4} \fallingdotseq 2.6\times10^{4}$〔N〕

答え 2.6×10^{4} N

研　究

● 失われた運動エネルギーのゆくえ

弾丸は木の抵抗によって木の内部に停止する。そのときに失われた運動エネルギーは，どうなってしまうのだろうか？

あとで弾丸を取り出してみると，弾頭はつぶれているのがわかる。そして，木の内部も黒くこげたようになっている。つまり，弾丸の変形のためのエネルギーや，熱のエネルギーに変わってしまったのである。

□ここがポイント!□

> 抵抗力がした仕事を W，失われた運動エネルギーを ΔE とすると，
> $|W| = \Delta E$ （エネルギーの原理）

---

1 (7521) D09

質量 0.40 kg の弾丸を，水平でなめらかな台に置かれた質量 20 kg の木に水平に打ちこんだら，弾丸は 8.0 cm 木にくいこんだ。そして，木は 2.0 m/s の速さで動きだした。これについて，次の問いに答えなさい。

(1) 打ちこんだ弾丸の速さは何 m/s か。

〔　　　　　　　　〕

(2) 弾丸にあたえた抵抗力 F が一定であったとして，抵抗力がした仕事を F を用いて表せ。

〔　　　　　　　　〕

(3) この衝突によって失われた運動エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(4) 木が弾丸にあたえた抵抗力の大きさは何 N か。

〔　　　　　　　　〕

2 (7522) D09

質量 m〔kg〕の弾丸が速さ v〔m/s〕で水平に飛んできて，固定された砂袋に命中し，その厚さ d〔m〕を貫通したあとの速さは V〔m/s〕になった。このとき，砂の平均の抵抗力の大きさは何 N か。

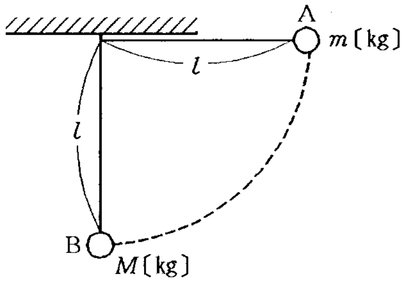
〔　　　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7530)

● 例題の視点　　ここでは，２つの振り子の衝突を，力学的エネルギー保存の法則および，運動量保存の法則を用いて考える。

基本例題　振り子の衝突と力学的エネルギー

質量 m〔kg〕のおもり A と質量 M〔kg〕のおもり B が，それぞれ長さ l〔m〕の糸で同一点からつり下げられている。右図のように，おもり A を糸がたるまないように水平になる位置まで持ち上げてからはなし，おもり B と衝突させた。A は B に衝突したあと，一体となって運動したとして，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。



(1) 衝突後 B は，はじめの位置（最下点）からどれだけの高さまで上がるか。

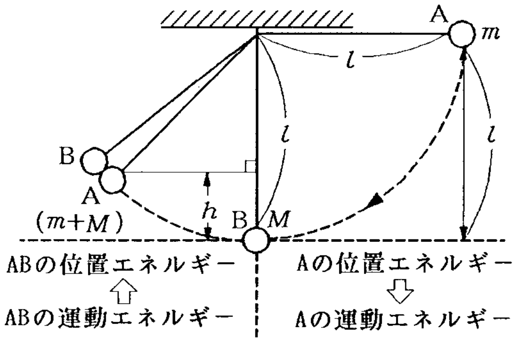
(2) この衝突の前後で失われた運動エネルギーはいくらか。

● 衝突後，一体となり，最下点より h〔m〕だけ高くなるとして，問題の内容を図にすると，右のようになる。

● 衝突直前には，A の重力による位置エネルギーは，A の運動エネルギーに変わる。

● 衝突後，一体となった AB の運動エネルギーは，AB の重力による位置エネルギーに変わる。

● 衝突の前後で運動量は保存される。



■■考え方■■

● 衝突直前の A の速さは，力学的エネルギー保存の法則より求めればよい。

● 衝突直後の速さは，運動量保存の法則から求めればよい。

● 次に，力学的エネルギー保存の法則から，A，B が一体となった質量 $(m+M)$〔kg〕の物体が上がる最高点の高さを求める。

失われた運動エネルギー ΔE は，

$$\Delta E=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}(m+M)v'^2$$

から求める。

■■解　答■■

(1) まず衝突直前の A の速さ v〔m/s〕を求める。力学的エネルギー保存の法則より，最下点の位置を重力による位置エネルギーの基準として，

$$mgl=\frac{1}{2}mv^2 \qquad \therefore \quad v=\sqrt{2gl}\text{〔m/s〕}$$

次に，衝突直後の AB の速さ v'〔m/s〕を求めると，運動量保存の法則より，

$$mv=(m+M)v'$$

$$m\sqrt{2gl}=(m+M)v'$$

$$\therefore \quad v' = \frac{m}{m+M}\sqrt{2gl} \text{〔m/s〕} \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

ＡＢが上がる最高点の高さを h〔m〕とすると，力学的エネルギー保存の法則より，

$$\frac{1}{2}(m+M)v'^2 = (m+M)gh \qquad \therefore \quad h = \frac{v'^2}{2g}$$

これに①を代入すると，

$$\therefore \quad h = \frac{\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 \cdot 2gl}{2g} = \left(\frac{m}{m+M}\right)^2 \cdot l \text{〔m〕}$$

答え　$\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 \cdot l$〔m〕

(2)　失われた運動エネルギーを $\varDelta E$〔Ｊ〕とすると，

$$\varDelta E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m+M)v'^2$$

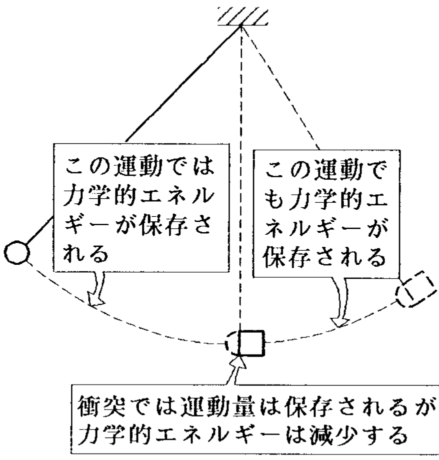
$$= \frac{1}{2}m(\sqrt{2gl})^2 - \frac{1}{2}(m+M)\left(\frac{m}{m+M}\sqrt{2gl}\right)^2$$

$$= \frac{mM}{m+M}gl \text{〔Ｊ〕}$$

答え　$\frac{mM}{m+M}gl$〔Ｊ〕

研　究

この現象には途中に衝突がある。非弾性衝突であるから，このとき力学的エネルギーは減少する。したがって，はじめの重力による位置エネルギーよりも終わりの重力による位置エネルギーのほうが小さいのである（運動エネルギーははじめも終わりも０）。この運動は次の３段階で計算する。



① はなしてから衝突するまで。この段階は単なる振り子運動であるから，力学的エネルギー（の和）が保存される。

② 衝突。この段階では（$e=0$ であるから），運動量（の和）が保存される。ただし，力学的エネルギー（の和）は保存されない。

③ 衝突してから最高点まで。この段階も単なる振り子運動であるから，力学的エネルギー（の和）が保存される。

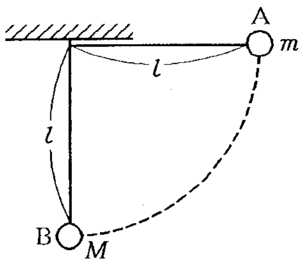
□ここがポイント！□

◆まず，衝突前のＡの速さ v を力学的エネルギー保存の法則から，衝突直後の一体となった物体の速さ v' を運動量保存の法則から，それぞれ求める。

◆次に，速さ v' で最下点を通過したとして，最高点の高さを力学的エネルギー保存の法則から求める。

1 (7531) D09

質量 m〔kg〕のおもり A と質量 M〔kg〕のおもり B が，それぞれ長さ l〔m〕の糸で同一点からつり下げられている。



図のように，おもり A を糸がたるまないように水平になる位置まで持ち上げてからはなし，おもり B と衝突させた。A は B に衝突したあと，一体となって運動した。次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

(1) 衝突直前の A の速さは何 m/s か。

〔　　　　　　　　　　〕

(2) 衝突直後のおもりの速さは何 m/s か。

〔　　　　　　　　　　〕

(3) 衝突後おもり B ははじめの位置から何 m の高さまで上がるか。

〔　　　　　　　　　　〕

(4) 衝突前のおもりの力学的エネルギーは何 J か。ただし，重力による位置エネルギーの基準には，B の位置（最下点）をとるものとする。

〔　　　　　　　　　　〕

(5) 衝突後のおもりの力学的エネルギーは何 J か。

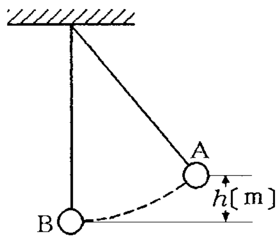
〔　　　　　　　　　　〕

(6) この衝突の前後で失われた運動エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　　　〕

2 (7532) D09

質量が同じ m〔kg〕のおもり A とおもり B が，それぞれ同じ長さの糸で同一点からつり下げられている。図のように，おもり A を最下点から h〔m〕の高さに糸がたるまないように持ち上げ，静かにはなしたところ，A は B に衝突した。反発係数を e として，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。



(1) 衝突後 B ははじめの位置からどれだけの高さまで上がるか。

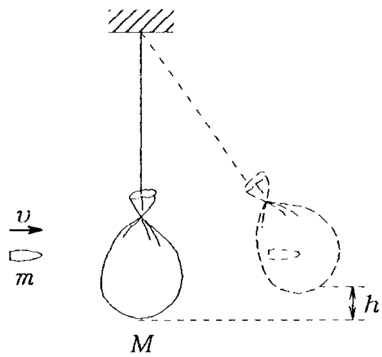
〔　　　　　　　　　　〕

(2) この衝突の前後で失われた運動エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　　　〕

3 (7533) D09

右図のように，質量 M〔kg〕の砂袋が，長いひもで天井からつり下げられている。左から水平に，質量 m〔kg〕の弾丸が，速さ v〔m/s〕で飛んできて，砂袋に瞬間的に突きささり，弾丸は砂袋に対して静止した。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。



(1) 弾丸が突きささった直後の砂袋の速さを求めなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

(2) 弾丸が砂袋に突きささったことで，失われた力学的エネルギーを求めなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

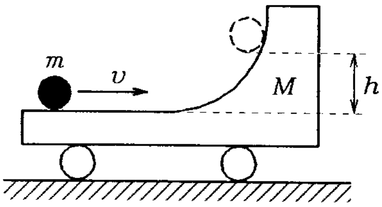
(3) 弾丸が砂袋に突きささったあと，砂袋ははじめの位置からいくらの高さまで上がるか。

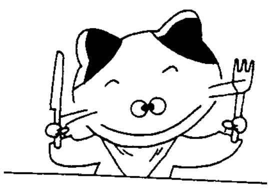
〔　　　　　　　　　　〕

4 (7534) D09

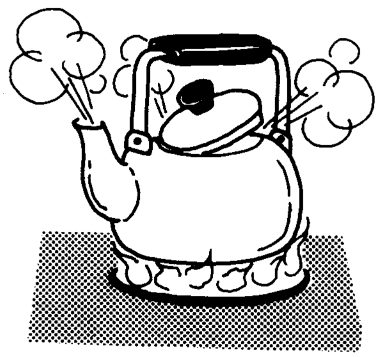
右図のようなすべり台をつけた質量 M の可動台車が水平面上で静止している。質量 m の小球に水平右向きに初速 v をあたえ，台車上をすべらせたとき，小球がすべり台を上がる高さ h を求めなさい。ただし，どこにも摩擦はないものとし，重力加速度の大きさを g とする。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕





第５章
熱とエネルギー



§1 熱と温度

E01

熱は，わたしたちの毎日の生活の中で欠くことのできないものです。しかし，熱は目に見えず，重さもないので，その出入りを観察することはできません。そこで，この正体のとらえにくい熱を，ほかの手がかりを利用してつかまえる必要が生じてきました。ここでは，熱の出入りをとらえる手がかりやいろいろな物体の温度変化と出入りする熱量の関係について学習することにしましょう。

◇考え方のポイント◇

◆熱と熱量

物体を加熱すると，熱運動のエネルギーが増加し，物体の温度が上昇する。このとき，物体の受け取ったエネルギーを「熱」または「熱エネルギー」といい，その量を「熱量」という。熱量の単位には J（ジュール）を用いる。

◆比熱と熱容量

物体 1 g の温度を 1 K 上昇させるのに必要な熱量を「比熱」という。

物体の温度を 1 K 上昇させるのに必要な熱量を「熱容量」という。

◆温度変化に必要な熱量

比熱 c〔J/g·K〕，質量 m〔g〕の物体の熱容量 C は，$C=mc$〔J/K〕であるから，この物体の温度を Δt〔K〕上昇させるのに必要な熱量 Q〔J〕は，

$$Q=C\Delta t=mc\Delta t$$

◆熱量の保存

（高温の物体が失った熱量）＝（低温の物体が得た熱量）

◆融解熱・蒸発熱

融点にある 1 g の固体を液体に変えるのに必要な熱量を「融解熱」という。

沸点にある 1 g の液体を気体に変えるのに必要な熱量を「蒸発熱」という。

1 （0001） [　　] ➡類題 7610　熱と温度

次の問いに答えなさい。ただし，水 1 g の温度を 1 K だけ上げるのに必要な熱量は 1〔cal〕＝4.2〔J〕であるとする。

(1) 14 °C の水 5.0 g を 42 °C にするには，何 cal の熱量が必要か。

〔　　　　　　　〕

(2) 100 g の水を熱して温度を 8.0 K 上げるときに必要な熱量は何 J か。

〔　　　　　　　〕

2 （0002） [　　] ➡類題 7620　比熱と熱容量

次の問いに答えなさい。

(1) 比熱 0.38 J/g·K の銅球 10 g の温度を 17 °C から 23 °C まで上げるのに必要な熱量は何 J か。

〔　　　　　　　〕

(2) 比熱 0.13 J/g·K の鉛の球について，次の問いに答えなさい。

① この鉛の球 200 g の熱容量はいくらか。

〔　　　　　　　〕

② ①の鉛の球 200 g の温度を 15 °C から 35 °C まで上げるのに必要な熱量は何 J か。

〔　　　　　　　〕

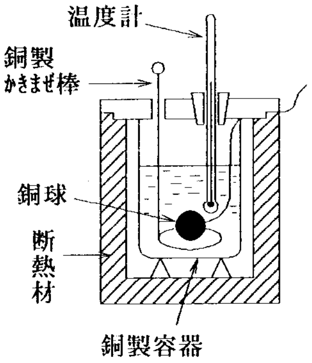
3 (0003) [ ] ➲類題 7630 熱量の保存

80 °C の水 100 g と 40 °C の水 150 g をまぜ合わせると，何 °C になるか。ただし，外部との間に熱の出入りはないものとする。

〔　　　　　　〕

4 (0004) [ ] ➲類題 7640 比熱や熱容量の測定

右図のような水熱量計がある。銅製の容器とかきまぜ棒の質量の和は 110 g で，容器に水を 150 g 入れたところ，23 °C で一定になった。次に，80 °C に熱した 100 g の銅球を容器の中に入れて水をよくかきまぜたら，水温は 26 °C で一定になった。水の比熱を 4.2 J/g·K として，次の問いに答えなさい。答えは有効数字 2 桁で答えなさい。



(1) 銅の比熱 c〔J/g·K〕を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(2) 銅製の容器とかきまぜ棒の熱容量 C〔J/K〕は，合わせていくらか。

〔　　　　　　〕

5 (0005) [ ] ➲類題 7650 融解熱と蒸発熱

ある容器に 100 g の水を入れて温度をはかったら 80 °C であった。この中に 0 °C の氷を入れ水温を 20 °C にするには，何 g の氷が必要か。ただし，氷の融解熱を 3.3×10^2 J/g，水の比熱を 4.2 J/g·K とする。

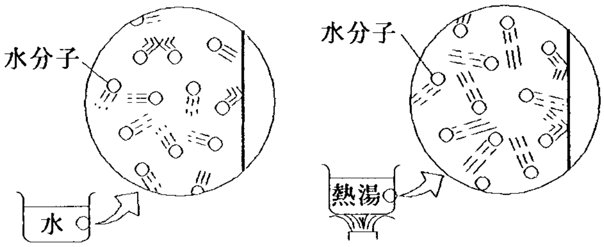
〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7610)

●学習の視点　　熱と温度はどうちがうのか，また熱や温度をどう表すかなどについて理解することが，この学習の目的である。

テーマ　熱と温度

●右の図は，水分子の水の状態と熱湯の状態での熱運動のモデルである。



●物質は原子や分子からできており，これらの原子や分子は不規則な運動をしている。

●これらの原子や分子の運動のエネルギーは，温度が高いほど大きい。この運動のはげしさを，温度の高低としてわれわれは感じるのである。

●この現象は，熱現象を起こすもととなるので，「熱運動」という。

【熱と温度】

物体を加熱すると，原子や分子の熱運動はよりはげしくなる。温度とは，この熱運動のはげしさを表す指標である。

物体を加熱すると，熱運動のエネルギーが増加し，物体の温度が上昇する。このとき，物体が受け取ったエネルギーを「熱」または「熱エネルギー」といい，その量を「熱量」という。

【熱量の単位】

熱はエネルギーの一種であるから，熱量の単位には J（ジュール）を用いる。

水 1 g に 1 J の熱量をあたえると，温度が約 0.24 K 上昇する。

【温度めもり】

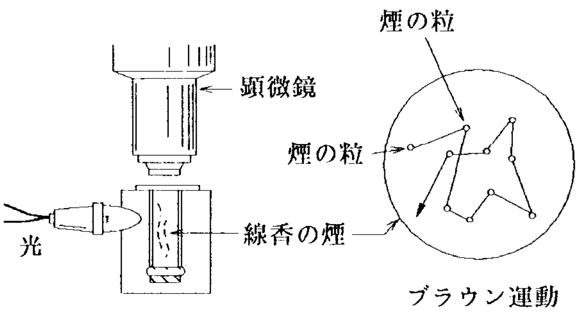
わたしたちが日常生活で使っている温度めもりは，「セルシウス度」（セ氏度，記号 ˚C）である。物理学では，「絶対温度」の単位「ケルビン」（記号 K）を使うほうが便利である。絶対温度とセ氏度のめもりの間隔は等しく，セ氏度 t〔˚C〕と絶対温度 T〔K〕の間には，次の関係が成り立つ。

$$T = t + 273$$

1 ˚C の温度差は 1 K に等しいので，温度差を表すには K を使う。

■■説　明■■

●熱運動とブラウン運動　　右の図のように線香の煙やたばこの煙の微粒子や，水にとかした絵の具の微粒子を顕微鏡で観察すると，煙や絵の具の微粒子がジグザグに不規則な運動をしているのが見られる。このような微粒子の運動を，「ブラウン運動」という。微粒子が不規則な運動をするのは，気体や液体の分子が，はげしく乱雑に運動し，微粒子に不規則に衝突するからである。このような，原子・分子の運動が，物質の状態変化をはじめとするさまざまな熱現象に関係している。



●温度と熱量　　温度は，熱さ冷たさの度合いを表すもので，熱量を表す量ではない。ある物体に熱をあたえれば温度が上がり，熱を失えば温度が下がるが，温度の高い物体がほかの低い温度の物体よりも熱量を多くもっているわけではない。ある物体の温度が変化したとき，温度を変化させたものが熱であり，その熱の量を表すのが熱量なのである。

●セ氏と絶対温度　　セ氏は，もともと1気圧のもとで氷の融点を0 °C，水の沸点を100 °Cと決め，この間を100等分して1 °Cとしたものである。(現在では，水の三重点(固体・液体・気体が共存する状態)を0.01 °Cとするようにめもりが定められており，水の沸点は正確には99.974 °Cである。)

−273 °C (正確には −273.15 °C) に近づくと熱運動が弱くなり，これより低い温度はないことが知られている。

そこで，−273 °Cを「絶対零度」とよび，−273 °Cを起点にとった温度めもりを「絶対温度」という。(すべてのものの熱運動が完全に止まる温度が絶対零度 (0 K) である。)
よって，

$$0\,[{}^\circ\mathrm{C}] = 273\,[\mathrm{K}] \qquad 0\,[\mathrm{K}] = -273\,[{}^\circ\mathrm{C}]$$

である。

例　セ氏15 °Cは，絶対温度では，15＋273＝288〔K〕である。

●熱量の単位　　中学校で学習したように，熱量の単位にはcal (カロリー) もある。1 calは，水1 gの温度を1 Kだけ上げるのに必要な熱量として定められたものである。以前はよく使われたが，現在では熱量の単位にJを使うことが国際的に推奨されている。1〔cal〕≒4.2〔J〕であり，この関係を使って，単位の換算ができる。1〔J〕≒0.24〔cal〕である。

➲中学校のとき「電流と発熱」のところで学習した「ジュールの法則」を思い出そう。
電熱線にE〔V〕の電圧を加え，I〔A〕の電流をt〔s〕間流したときの発熱量Q〔cal〕は，

$$Q = 0.24\,E\,I\,t$$

と表された。これは，$E\,I\,t$がジュール (J) の単位なので，0.24をかけて，calにするよう，単位の換算をしていたのである。

●熱の出入りと温度　　温度は温度計ではかることができる。しかし，熱量を直接測定することはできない。しかし，水1 gの温度を1 Kだけ上げるのに必要な熱量が1 calであるから，水の質量と温度変化から，水に出入りした熱量を求めることができる。たとえば，m〔g〕の水の温度がt_1〔°C〕からt_2〔°C〕に上昇したとき ($t_1 < t_2$)，温度変化は$(t_2 - t_1)$〔K〕となるから，水が得た熱量Q〔cal〕は，(水の比熱が1だから，)

$$Q = 1 \times m \times (t_2 - t_1) = m(t_2 - t_1)\,[\mathrm{cal}]$$

として求められる。また，ある熱量を得た (失った) 場合に水の温度が何 °Cになるのかも，この式から求めることができる。

水の温度が変化したとき，その温度差をΔt〔K〕とすれば，上の式は，

$$Q = 1 \times m \times \Delta t = m\,\Delta t\,[\mathrm{cal}]$$

となる。

参　考

●摂氏(せっし)と華氏(かし)

海外旅行をすると，「きょうの気温は"95度"もあった。」などということを耳にするかもしれない。これは日本でわれわれがふだん使っている温度と単位がちがうからなんだ。この95度は「華氏95度」のことで「35 °C」と同じなんだよ。

セ氏度は「摂氏温度」ともいい，1742年スウェーデンの物理学者セルシウスによって決められたものであり，15 °Cのように記号Cを用いる。われわれが日常用いているもので，15度のように °Cを略すことも多い。

一方，華氏温度はドイツの物理学者ファーレンハイトによって1724年に考案されたものであり，記号 F を使う。華氏温度では氷の融点を 32 °F，水の沸点を 212 °F と決め，その間を 180 等分して 1 °F としている。摂氏温度 C と華氏温度 F は，次の式を用いると換算することができる。

$$F=\frac{9}{5}C+32$$

よって，25 °C を華氏温度に換算すると，

$$\frac{9}{5}\times 25+32=77\ [F]$$

となる。アメリカなどでは，気温を表すのに華氏温度を使用している。

---

1 (7611) E01

次の問いに答えなさい。

(1) 物体を加熱すると，熱運動のエネルギーは増加するか，減少するか。

〔　　　　　　〕

(2) セ氏度 t〔°C〕と絶対温度 T〔K〕の間に成り立つ式について，次の〔　　〕にあてはまる数値を書き入れなさい。

$T=t+$〔　　　　　〕

(3) 20 °C を絶対温度で表しなさい。

〔　　　　　　〕

(4) 300 K をセ氏度（°C）で表しなさい。

〔　　　　　　〕

(5) 15 °C と 40 °C の温度差は何 K か。　〔　　　　　　〕

2 (7612) E01

次の問いに答えなさい。

(1) m〔g〕の水が Δt〔K〕だけ温度が変化したとき，水の得た熱量 Q〔cal〕を求める式を書きなさい。

〔　　　　　　〕

(2) 14 g の水を熱して，温度を 15 °C から 42 °C まで上げるときに必要な熱量は何 cal か。

〔　　　　　　〕

(3) 80 °C の水 60 g から 1.2 kcal の熱をうばうと，水の温度は何 °C になるか。

〔　　　　　　〕

3 (7613) E01

次の問いに答えなさい。

(1) 水 1.0 g に 1.0 J の熱量をあたえると，温度が約 0.24 K 上昇する。このことから，水 1.0 g の温度を 1.0 K 上げるときに必要な熱量 c〔J〕を求めなさい。有効数字 2 桁で答えなさい。

〔　　　　　　〕

(2) (1)の結果から，m〔g〕の水を Δt〔K〕だけ温度を上げるときに必要な熱量 Q〔J〕を求める次の式を完成しなさい。

$Q=4.2\times$〔　　　　　〕$\times\Delta t$

(3) 80 g の水を熱して温度を 10 K 上げるときに必要な熱量は何 J か。

〔　　　　　　〕

(4) 20 °C の水 10 g に 210 J の熱量をあたえると，水の温度は何 °C になるか。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7620)

●学習の視点　　比熱や熱容量などの用語を覚え，使えるようにすることがポイントである。

テーマ　比熱と熱容量

●お風呂の水はなかなかあたたまらないが，金属でできたなべやフライパンはすぐにあつくなる。

●これは，物質によってあたたまる度合いがちがうためである。

●つまり，同じ質量の水と鉄に等しい熱量をあたえても，上昇する温度は同じではないのである。

●そこで，次のような「比熱」や「熱容量」という基準を設けた。

【比熱とその単位】

物体1gの温度を1K上昇させるのに必要な熱量を「比熱」という。

比熱の単位は J/g·K（ジュール毎グラム毎ケルビン）である。

【熱容量とその単位】

ある物体の温度を1K上昇させるのに必要な熱量を「熱容量」という。

熱容量の単位は J/K（ジュール毎ケルビン）である。

【温度変化に必要な熱量】

比熱 c〔J/g·K〕の均質な物質でできた m〔g〕の物体の熱容量 C〔J/K〕は，次の式で求められる。

$$C=mc$$

よって，その物体の温度を Δt〔K〕上昇させるのに必要な熱量 Q〔J〕は，次の式で求められる。

$$Q=C\Delta t=mc\Delta t$$

■■説　明■■

●いろいろな物質の比熱　　右表は，いろいろな物質の比熱を示したものである。比熱の大きい物質は，あたたまりにくく（同じ熱量をあたえても温度上昇が小さく），冷えにくいという性質がある。したがって，水はあたたまりにくく，冷えにくいという性質をもっている。

物　質	温度〔℃〕	比熱〔J/g·K〕
アルミニウム	0	0.880
鉄	0	0.435
銅	0	0.379
鉛	0	0.129
銀	0	0.235
水	15	4.19
氷	0	2.10
エタノール	0	2.29

比熱は物質によって決まった値となるが，同じ物質でも，温度や状態によって比熱の値は異なる。0°C の氷の比熱は 2.10 J/g·K であるが，15°C の水の比熱は 4.19 J/g·K である。

比熱の単位には，テーマにあげた J/g·K のほかに J/kg·K（ジュール毎キログラム毎ケルビン）や cal/g·K（カロリー毎グラム毎ケルビン）などが用いられる。

●比熱と熱量　　比熱 c〔J/g·K〕とは，質量1gの物質の温度を1K上昇させるのに必要な熱量が c〔J〕ということである。だから，質量が m〔g〕ならその m 倍，温度上昇が Δt〔K〕なら Δt 倍の熱量が必要となる。したがって，比熱 c〔J/g·K〕の物質 m〔g〕を，Δt〔K〕上昇させるのに必要な熱量 Q〔cal〕は，次の式で求められる。

$$Q=mc\Delta t$$

反対に，温度が下降したときに物質の放出する熱量も，その温度下降から，上の式を

使って求められる。

●熱容量　　同じ物質でできた物体でも，質量が異なるとあたたまりやすさが異なる。この度合いを表すのが「熱容量」である。テーマの式から，$\Delta t=\dfrac{Q}{C}$ であるから，同じ熱量をあたえたとき，熱容量の大きいものほど温度上昇が小さい。また，物体の熱容量は，その質量に比例する。20 g の鉄と 80 g の鉄を同じように加熱しても，80 g の鉄のほうがあたたまりにくい。これは，80 g の鉄の熱容量のほうが大きいためである。

熱容量の単位には，テーマにあげた J/K のほかに cal/K（カロリー毎ケルビン）などが用いられる。

1　(7621)　E01

次の問いに答えなさい。

(1)　ある物体 1 g の温度を 1 K 上昇させるのに必要な熱量を何というか。

〔　　　　　　〕

(2)　ある物体の温度を 1 K 上昇させるのに必要な熱量を何というか。

〔　　　　　　〕

(3)　比熱 c〔J/g･K〕の均質な物質でできた m〔g〕の物体の熱容量 C〔J/K〕を求める式を書きなさい。

〔　　　　　　〕

(4)　(3)の物体の温度を Δt〔K〕上昇させるのに必要な熱量 Q〔J〕を求める式を，m，c，Δt を用いて表しなさい。

〔　　　　　　〕

(5)　比熱の大きい物質について，正しいものは次のア，イのどちらか。

〔　　　〕

ア　あたたまりやすく，さめやすい。　　イ　あたたまりにくく，さめにくい。

(6)　同じ熱量をあたえたとき，温度上昇が小さいのは，次のア，イのどちらか。

〔　　　〕

ア　熱容量が大きいもの　　イ　熱容量が小さいもの

2　(7622)　E01

次の問いに答えなさい。

(1)　比熱 4.2 J/g･K の水 80 g を 12 ˚C から 22 ˚C まで上昇させるのに必要な熱量は何 J か。答えは有効数字 2 桁で答えなさい。

〔　　　　　　〕

(2)　比熱 0.44 J/g･K の鉄球 20 g を 20 ˚C から 25 ˚C まで上昇させるのに必要な熱量は何 J か。

〔　　　　　　〕

(3)　ある物質 10 g の温度を 5.0 K 上昇させるのに 19 J の熱量が必要であった。この物質の比熱はいくらか。

〔　　　　　　〕

3　(7623)　E01

次の問いに答えなさい。

(1)　比熱 0.88 J/g･K のアルミニウムの球 100 g の熱容量はいくらか。

〔　　　　　　〕

(2)　比熱 0.38 J/g･K の銅の容器 150 g の熱容量はいくらか。

〔　　　　　　〕

(3)　熱容量 43.5 J/K の物体の温度を 15.0 K 上昇させるのに必要な熱量は何 J か。答えは有効数字 3 桁で答えなさい。　〔　　　　　　〕

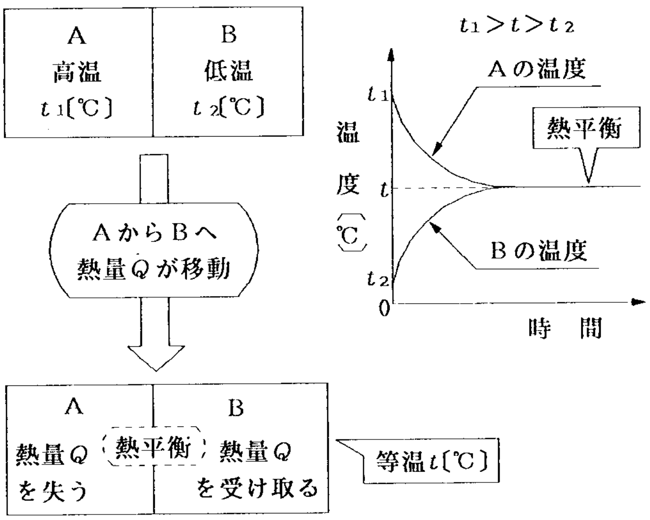
類題トレーニング(7630)

●学習の視点　　熱はどのように移動するかについて，くわしく理解することが目的である。

テーマ　熱量の保存

●右の図のように熱の移動は，高温の物体から低温の物体に向かって起きる。

●熱が移動すると，高温の物体は熱を失って温度が下がっていき，低温の物体は熱を得て温度が上がっていく。2つの物体の温度が等しくなったところで，熱の移動は終わる。2つの物体が等温になって，熱の移動が起こらない状態を，「熱平衡」(または熱的につりあった状態)という。



●熱の移動が生じたとき，高温の物体が失った熱量と，低温の物体が得た熱量は等しい。

【熱量の保存】

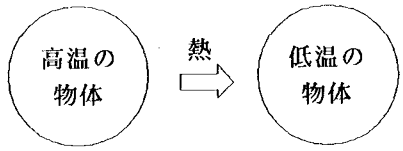
高温の物体と低温の物体を接触または混合した場合，

(高温の物体が失った熱量)＝(低温の物体が得た熱量)

という関係が成り立つので，全体としては熱量の増減はない。これを「熱量の保存」という。

■■説　明■■

●熱の移動　　熱の移動は，高温の物体から低温の物体に向かって起きる。これは，高温の物体では熱運動のエネルギーが大きく，低温の物体ではそれが小さいからであり，これらを接触させると，接触面の原子や分子がたがいに衝突し，高温の物体から低温の物体へエネルギーが移っていくためである。この現象を「熱伝導」という。



温度差のないところでは，熱の移動は起きない。また，低温の物体から高温の物体へ熱が逆向きに移動することはないと考える。このように，熱の移動は一方通行となっている。したがって，ある温度の物体の温度を上昇させるには，ほかの高温の物体を近づけて熱をあたえればよいことになる。また，ある物体の温度を低下させるには，ほかの低温の物体を近づけて熱を失わせればよい。

●熱の移動と熱平衡　　熱の移動が生じると，熱平衡の状態へ向かって温度変化が起こり，2つの物体の温度差はしだいに小さくなっていく。温度差が大きいときには移動する熱量は多いが，温度差が小さくなると移動する熱量が減り，熱平衡に達して熱の移動は終了する。

●熱量の保存　　温度差のある2つの物体を接触または混合した場合，高温の物体から低温の物体へ熱が移動していく。このとき，2つの物体と，容器や空気などとの間に熱の出入りがないとすると，次の式が成り立つ。

(高温の物体が失った熱量)＝(低温の物体が得た熱量)

しかし，温度差のある2つの物体を接触または混合させて温度変化を調べても，この

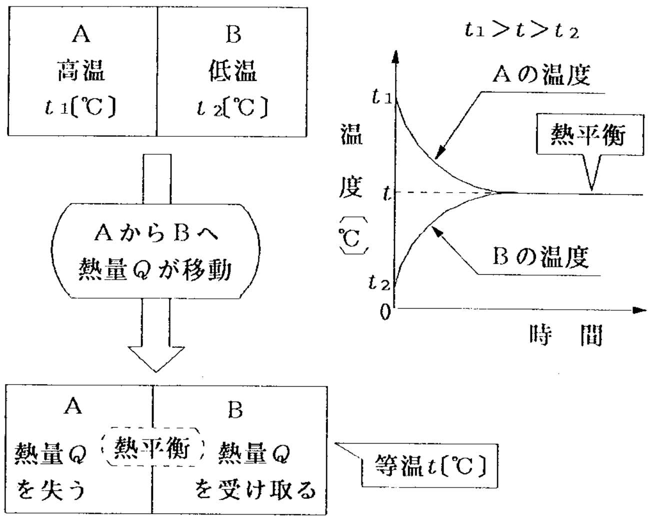
関係は，まず実験的には成り立たない。これは，温度差があれば，熱は無差別にどこへでも移動するからである。実際には，容器やまわりの空気などとの間で移動した分だけ，熱量は変化する。

熱量の保存は，これらすべての物体間で移動した熱量を含めて成り立つ関係である。

---

1 (7631) E01

右図は，高温の物体と低温の物体との熱のやりとりを示したものである。この図を見ながら，次の文の〔　〕にあてはまる語句を書きなさい。ただし，同じ番号の〔　〕には同じ語句がはいる。



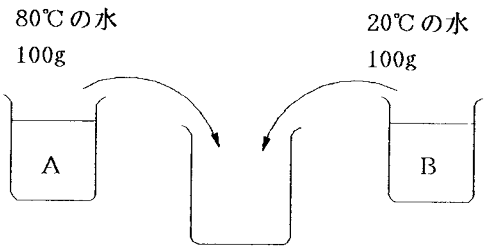
熱は，〔①〕の物体から〔②〕の物体へと移動するが，〔②〕の物体から〔①〕の物体へは移動しない。また，熱の移動が生じると，平衡状態へ向かって温度変化が起こり，やがて2つの物体の〔③〕は同じになる。この状態は，熱の移動が起こらないので，〔④〕という。

熱の移動が生じているとき，〔①〕の物体が失った熱量と〔②〕の物体が得た熱量は〔⑤〕。この関係を〔⑥〕という。

①〔　　　　〕　②〔　　　　〕
③〔　　　　〕　④〔　　　　〕
⑤〔　　　　〕　⑥〔　　　　〕

2 (7632) E01

右図のように，Aの容器にはいっている80 °C，100 gの水と，Bの容器にはいっている20 °C，100 gの水をまぜ合わせた。このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，水の比熱をc〔J/g·K〕とし，まわりの空気や容器との間で熱の出入りはないものとする。



(1) 熱平衡に達したときの水の温度をt〔°C〕とするとき，80 °C，100 gの水が失った熱量Q_1〔J〕を，c，tを用いた式で表しなさい。

〔　　　　〕

(2) 熱平衡に達したときの水の温度をt〔°C〕とするとき，20 °C，100 gの水が得た熱量Q_2〔J〕を，c，tを用いた式で表しなさい。

〔　　　　〕

(3) 熱量の保存を考えると，Q_1とQ_2は等しいといってよいか，よくないか。

〔　　　　〕

(4) 熱平衡に達したときの水の温度を求めなさい。

〔　　　　〕

3 (7633) E01

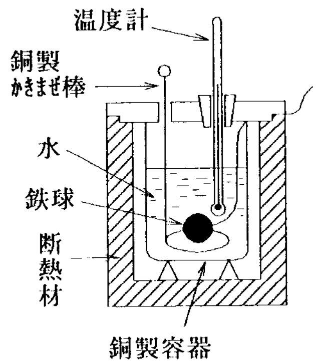
50 °Cの水100 gと20 °Cの水400 gをまぜ合わせると，何°Cになるか。ただし，外部との間に熱の出入りはないものとする。

〔　　　　〕

類題トレーニング(7640)

● 例題の視点　　熱量計を用いた実験から，比熱などを求める応用問題である。容器とかきまぜ棒への熱の移動も考慮に入れることがポイントである。

基本例題　比熱や熱容量の測定



右図のような水熱量計がある。銅製の容器とかきまぜ棒の質量の和は 110 g で，容器に水を 200 g 入れたところ，20 °C で一定になった。次に，100 °C に熱した 100 g の鉄球を容器の中に入れて水をよくかきまぜたら，水温は 24 °C で一定になった。水と銅の比熱をそれぞれ 4.2 J/g·K，0.38 J/g·K として，次の問いに答えなさい。答えは有効数字 2 桁で答えなさい。

(1) 銅製の容器とかきまぜ棒の熱容量 C〔J/K〕は合わせていくらか。

(2) この実験から，鉄の比熱 c〔J/g·K〕を求めなさい。

● これまでと異なるところは，銅製の容器とかきまぜ棒があることである。
● 100 °C，100 g の鉄球の失う熱量は，水と容器，かきまぜ棒の得た熱量と等しくなる。
● 容器とかきまぜ棒は，はじめ 20 °C であり，鉄球を水に入れることにより，水温と同じ 24 °C になる。

■■考え方■■

(1) 物体の質量を m〔g〕，比熱を c〔J/g·K〕とすると，熱容量 C〔J/K〕は，

$$C = mc$$

(2) 外部と熱の出入りがないので，熱量の保存から，

(高温の物体の失った熱量)＝(低温の物体が得た熱量)

の関係式が成り立つ。この場合，(水熱量計＝銅製の容器とかきまぜ棒）とすると，

(鉄球の失った熱量)＝(水熱量計の得た熱量)＋(水の得た熱量)

となる。

また，質量 m〔g〕，比熱 c〔J/g·K〕の物体が Δt〔°C〕だけ温度変化するのに必要な熱量を Q〔J〕とすると，

$$Q = C\Delta t = mc\Delta t$$

■■解　答■■

(1) $C = mc$ より，　$C = 110 \times 0.38 = 41.8 \fallingdotseq 42$〔J/K〕

答え　42 J/K

(2) 鉄球の失った熱量を Q_1〔J〕とすると，

$Q_1 = 100c(100-24)$　………①

銅製の容器とかきまぜ棒（水熱量計）の得た熱量 Q_2〔J〕は，(1)の結果より，

$Q_2 = 41.8 \times (24-20)$　………②

水の得た熱量を Q_3〔J〕とすると，

$Q_3 = 200 \times 4.2 \times (24-20)$　………③

ここで熱量の保存から，$Q_1 = Q_2 + Q_3$ であるから，①，②，③より，

$100c(100-24) = (41.8 + 200 \times 4.2) \times (24-20)$

$76\times100\times c=881.8\times4$

∴　$c=0.464\cdots\fallingdotseq0.46$〔J/g·K〕

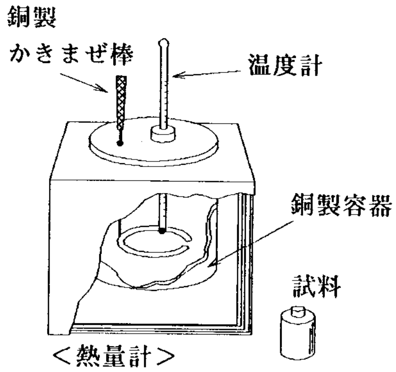
答え　0.46 J/g·K

参　考

物質の比熱を測定するには，一般に熱量計（右図）を使う。

熱量計の容器全体の質量や試料の質量をはかり，試料を入れたときの温度変化を測定する。熱量の保存から，上のように順を追って計算していけば，試料の比熱を求めることができる。

ところで，熱量の保存が成り立つのは，外との間で熱の出入りがないときである。だから，熱量計では，外に熱が逃げていかないように，容器のまわりを，熱を伝えにくい物質（たとえば，フォームポリスチレンなど）でおおっている。



<熱量計>

□ここがポイント!□

（金属球の失った熱量）＝（水熱量計の得た熱量）＋（水の得た熱量）
のように，水熱量計（容器とかきまぜ棒）の得た熱量を忘れないように！

1　(7641)　E01

水熱量計を用いて，比熱を求める実験を行った。銅製の容器とかきまぜ棒の質量の和は120 gで，容器には22 °Cの水が165 gはいっている。この中に97 °C，100 gのアルミニウム球を入れたところ，水温が30 °Cで一定になった。水と銅の比熱をそれぞれ4.2 J/g·K，0.38 J/g·Kとして，次の問いに答えなさい。

(1)　アルミニウムの比熱を c〔J/g·K〕として，アルミニウム球の失った熱量 Q_1〔J〕を求める式を書きなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

(2)　水熱量計（銅製の容器とかきまぜ棒）の得た熱量 Q_2〔J〕を求める式を書きなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

(3)　水の得た熱量 Q_3〔J〕を求める式を書きなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

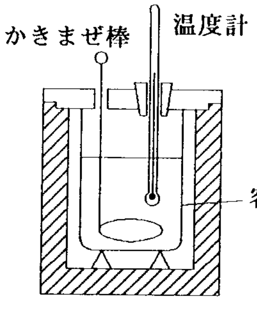
(4)　(1)〜(3)を利用して，アルミニウムの比熱を求めなさい。答えは有効数字2桁で答えなさい。

〔　　　　　　　　〕

2　(7642)　E01

右図のように，水熱量計の容器に18.0 °Cの水100 gがはいっている。これに，50.0 °C，40.0 gのエタノールを入れてよくかきまぜたところ，温度は23.3 °Cで一定になった。水と銅の比熱を，それぞれ4.20 J/g·K，0.380 J/g·K，銅製の容器とかきまぜ棒の質量の和を100 gとする。エタノールの比熱を求め，有効数字3桁で答えなさい。

〔　　　　　　　　〕



3 (7643) E01

熱容量 25.2 J/K の水熱量計に 40.0 ℃，250 g の水が入れてある。この中に，95.0 ℃ に熱した 183 g の金属球を入れて，よくかきまぜたら 47.2 ℃ になった。熱は外部へ逃げないものとして，次の問いに答えなさい。ただし，水の比熱を 4.20 J/g·K とし，有効数字 3 桁で答えなさい。

(1) 水熱量計と水が得た熱量の和はいくらか。

〔　　　　　　　　〕

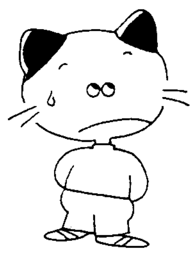
(2) 金属球の比熱を求めよ。

〔　　　　　　　　〕

4 (7644) E01

容器に水が 40 g はいっており，全体の温度は 0 ℃ であった。この容器に 60 ℃ の水 200 g を加えたところ，全体の温度は 48.2 ℃ になった。この容器の熱容量を求めなさい。ただし，水の比熱を 4.2 J/g·K とする。有効数字 2 桁で答えなさい。

〔　　　　　　　　〕



類題トレーニング(7650)

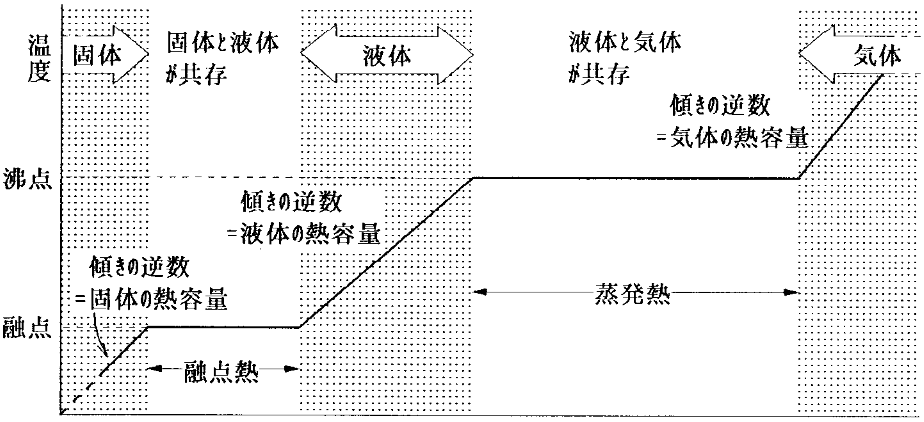
●学習の視点　　固体や液体を加熱していった場合の変化について，加えた熱がどのように使われるかを考える。中学のときや化学ＩＢのときと，単位が異なることに注意が必要である。

テーマ　融解熱と蒸発熱

●中学の理科や化学ＩＢでも学習したが，氷を加熱していくと，氷がとけて水になり，さらに加熱していくと，水蒸気となる。

●このとき，氷がとける温度を「融点」，水が沸騰する温度を「沸点」という。

●次の図のように氷がとけている間や水が沸騰している間は，温度は変わらない。



※　熱容量が大きいものほど，グラフの傾きが小さくなる。

●このように０°Ｃの氷を０°Ｃの水に変えるのに，ある熱量が必要である。これを「融解熱」という。

●同様に，100°Ｃになるとすべての水が水蒸気になるまで温度は上がらない。このとき必要な熱量を「蒸発熱」という。

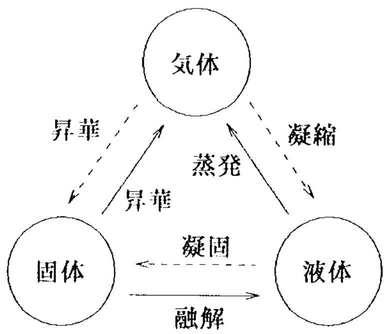
【融解熱・蒸発熱・潜熱】

一般に，融点にある１ｇの固体を液体に変えるのに必要な熱量を「融解熱」という。
また，沸点にある１ｇの液体を気体に変えるのに必要な熱量を「蒸発熱」という。
融解熱や蒸発熱をまとめて「潜熱」という。

■■説　明■■

●物質の三態と融解熱　　物質は，圧力や温度などの条件に応じて，固体・液体・気体のいずれかの状態をとる。この固体・液体・気体を「物質の三態」という。またそれぞれの状態が変化することを「状態変化」（または相の変化）という。

固体が液体に変わることを「融解」といい，逆に液体が固体になることを「凝固」という。



固体が融解するとき ⇨ 外部から熱を吸収する
液体が凝固するとき ⇨ 外部へ熱を放出する

固体が融解しつつある間（または液体が凝固しつつある間），すなわち固体と液体が共存している間は，熱の出入りがあっても，温度は一定に保たれる。この温度が融点（同じ圧力のもとでは同じ物質の凝固点に等しい）であり，このときの状態変化に必要な熱量が「融解熱」である。

液体から固体に変わるときは，融解熱と同じだけ熱を放出する。

右の表はいろいろな物質の融点と融解熱を示したものである。

物　質	融点〔℃〕	融解熱〔J/g〕
氷	0	334
鉄	1535	272
銅	1084.5	209
鉛	327.5	23
銀	961.9	111
アルミニウム	660.1	399
エタノール	-114.5	109

0 ˚C の氷 50 g をすべてとかし，0 ˚C の水にするのに必要な熱量 Q は，氷の融解熱が 334 J/g であるから，

$$Q=50\times334=1.67\times10^4\ \text{〔J〕}$$

●蒸発熱　　液体が気体になることを「気化」といい，逆に気体が液体になることを「液化」（または凝縮）という。液体がその表面から気化することを「蒸発」といい，その気体を「蒸気」という。液体の内部に気泡ができて気化する現象が「沸騰」である。

液体が気体になるとき ⇨ 熱を吸収する

気体が液体になるとき ⇨ 熱を放出する

融解のときと同様に，液体と気体が共存している間は，熱の出入りがあっても，温度は一定に保たれる。この温度が沸点であり，このときの状態変化に必要な熱量が「蒸発熱」（気化熱ともいう）である。

気体から液体に変わるときは，蒸発熱（または気化熱）と同じだけ熱を放出する。

右の表はいろいろな物質の沸点と蒸発熱を示したものである。

物　質	沸点〔℃〕	蒸発熱〔J/g〕
水	100	2260
エタノール	78.3	837
アンモニア	-33.5	1366
酢酸	118	406
ヨウ素	182.8	100
水銀	356.7	296

➲氷がとけている間は加熱しても温度は一向に上がらない。また，水が沸騰している間も加熱しても温度は一定のままである。熱はどこにいったのか？　熱が潜んでいるということで，融解熱や蒸発熱を「潜熱」というのである。

50 ˚C の水 100 g を加熱し，これをすべて 100 ˚C の水蒸気にするために必要な熱量 Q' は，水の比熱が 4.2 J/g·K，水の蒸発熱が 2260 J/g であるから，

① 50 ˚C の水 100 g を 100 ˚C にするために必要な熱量 Q_1 は，

$$Q_1=mc\Delta t=100\times4.2\times(100-50)=2.1\times10^4\ \text{〔J〕}$$

② 100 ˚C の水 100 g を 100 g の水蒸気にするために必要な蒸発熱 Q_2 は，

$$Q_2=100\times2260=22.6\times10^4\ \text{〔J〕}$$

③ よって，求める熱量 Q' は，

$$Q'=Q_1+Q_2=24.7\times10^4\ \text{〔J〕}$$

1　(7651)　E01

次の問いに答えなさい。

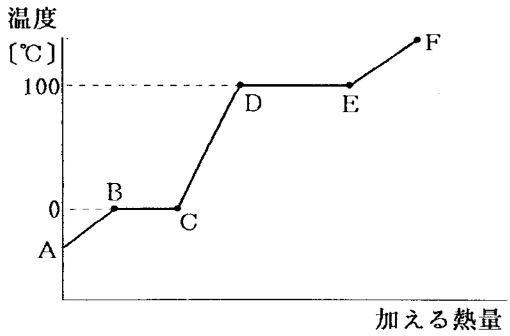
(1) 融点にある 1 g の固体を液体に変えるのに必要な熱量を何というか。

〔　　　　　　　　　〕

(2) 沸点にある 1 g の液体を気体に変えるのに必要な熱量を何というか。

〔　　　　　　　　　〕

(3) 右の図は，氷を加熱した場合の時間と温度の関係を表している。ただし，加える熱量は一定であるとする。



① 水と氷が同時に存在するところは図のどこか。ＡＢのようにして答えなさい。

〔　　　　〕

② 100 ˚C の水と 100 ˚C の水蒸気が同時に存在するところは図のどこか。

〔　　　　〕

③ ＢＣ間では熱を加えても温度が一定に保たれている。このとき物質の状態変化は何から何へ変わるか。

〔　　　　〕

④ ＢＣ間で加えた熱を何というか。

〔　　　　〕

2 (7652) E01

次の問いに答えなさい。ただし，氷の融解熱を 334 J/g，水の蒸発熱を 2260 J/g，水の比熱を 4.20 J/g·K として，有効数字3桁で答えなさい。

(1) 0 ˚C の氷 40.0 g を完全に 0 ˚C の水にするのに必要な熱量は，何 J か。

〔　　　　〕

(2) 0 ˚C の氷 100 g を 20 ˚C の水にするのに必要な熱量は，何 J か。

〔　　　　〕

(3) 60 ˚C の水 10.0 g が 0 ˚C の氷になるとき放出する熱量は，何 J か。

〔　　　　〕

(4) 100 ˚C の水 10.0 g を完全に 100 ˚C の水蒸気にするのに必要な熱量は，何 J か。

〔　　　　〕

(5) 60 ˚C の水 20.0 g をすべて 100 ˚C の水蒸気にするのに必要な熱量は，何 J か。

〔　　　　〕

(6) 100 ˚C の水蒸気 5.00 g が 0 ˚C の水になるとき放出する熱量は，何 J か。

〔　　　　〕

3 (7653) E01

100 ˚C の水 180 g に 0 ˚C の氷を入れ，40 ˚C にしたい。氷を何 g 入れたらよいか。ただし，氷の融解熱を 3.3×10^2 J/g，水の比熱を 4.2 J/g·K として，有効数字2桁で答えなさい。

〔　　　　〕

4 (7654) E01

0 ˚C の氷 300 g が入れてある容器の中に，100 ˚C の水蒸気を入れて氷をとかし，さらにこの容器にたまった水を 100 ˚C まであたためた。水蒸気の量は十分あり，容器への熱の出入りはないものとして，次の問いに答えなさい。ただし，氷の融解熱を 334 J/g，水の蒸発熱を 2260 J/g，水の比熱を 4.20 J/g·K とし，有効数字3桁で答えなさい。

(1) 氷 300 g をとかして 0 ˚C の水にするまで，何 g の水蒸気が水に変わったか。加えた水蒸気は 0 ˚C の水になったものとしなさい。

〔　　　　〕

(2) 容器の中の水が完全に 100 ˚C の水になったとき，この水の総量は何 g になるか。

〔　　　　〕

§2 熱と仕事

E02

熱は，どのようなときに発生するのでしょうか。たとえば，木ぎれどうしを強くこすり合わせると，木ぎれは熱くなります。このとき，力を強く入れてこすって摩擦力に逆らう仕事をしています。この仕事が熱に変わったと考えてよいのでしょうか。きょうは，この熱と仕事との関係や力学的エネルギーが熱に変わる場合について学習していきましょう。

◇考え方のポイント◇

◆熱と仕事

一般に，物体が摩擦力や抵抗力に逆らって仕事をすれば，熱を発生する。

◆熱の仕事当量

仕事 W〔J〕がすべて熱量 Q〔cal〕に変わるとき，次の比例の関係がある。

$W = JQ$，　$J = 4.19$〔J/cal〕

このときの比例定数 J を，「熱の仕事当量」という。

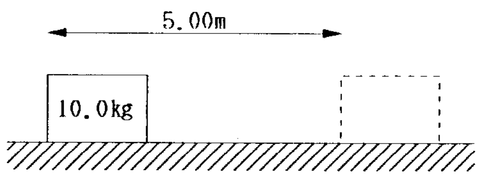
◆熱と仕事と力学的エネルギー

物体のもつ力学的エネルギーの減少分を $\varDelta E$〔J〕，摩擦力によってなされた仕事を W〔J〕とすると，それがすべて熱に変わったときに発生する熱量 Q〔J〕は，次のように表せる。

$Q = W = \varDelta E$

1 (0006) □　➲類題 7660　熱と仕事

質量 10.0 kg の物体を，右図のような摩擦のある水平面上で，摩擦に抗する力を加えて等速度で 5.00 m 動かした。物体と水平面との動摩擦係数を 0.600 とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とし，有効数字3桁で答えなさい。



(1) この物体を動かすときの動摩擦力は何 N か。

〔　　　　　　〕

(2) この物体を動摩擦力に逆らって 5.00 m 動かすのに必要な仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

(3) この物体が 5.00 m 移動したときに，発生する熱量は何 J か。

〔　　　　　　〕

(4) (3)のとき発生する熱量は何 cal か。ただし，熱の仕事当量を 4.2 J/cal とする。

〔　　　　　　〕

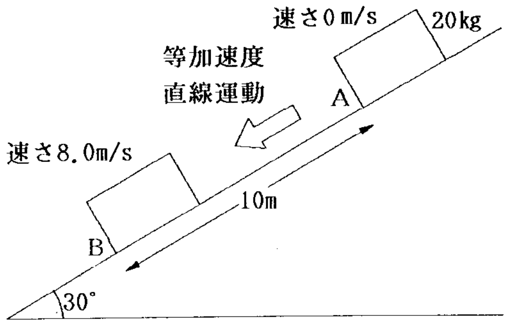
2 (0007) □　➲類題 7670　力学的エネルギーが保存されない場合(1)

速さ 90 km/h で水平な地面を走っていた自動車が，ブレーキをかけて止まった。このとき，発生した熱量は何 J か。ただし，自動車の質量を 2.2×10^3 kg とする。

〔　　　　　　〕

3 (0008) ☐ ➡類題 7680 力学的エネルギーが保存されない場合(2)

右図のように，水平面と 30° の傾きをもつ摩擦のある斜面上の A 点に，質量 20 kg の物体を置いた。物体は，A 点から等加速度直線運動をして，10 m 動いたとき（B 点），物体の速さは 8.0 m/s であった。物体のもつ力学的エネルギーの減少分はすべて熱に変わるものとして，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさは 9.8 m/s²，B 点の位置を位置エネルギーの基準とする。



(1) 物体のもつ力学的エネルギーは，A 点では何 J か。

〔　　　　　　〕

(2) 物体のもつ力学的エネルギーは，B 点では何 J か。

〔　　　　　　〕

(3) 物体のもつ力学的エネルギーは，B 点では A 点と比べて何 J 減少したか。

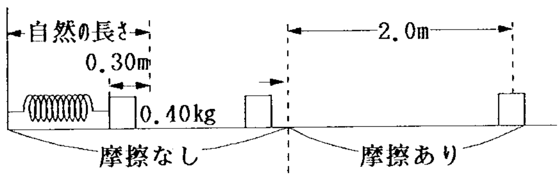
〔　　　　　　〕

(4) 物体が A 点から B 点まで動く間に発生した熱量は何 J か。

〔　　　　　　〕

4 (0009) ☐ ➡類題 7690 力学的エネルギーが保存されない場合(3)

質量 0.40 kg のおもりをつるすと 0.10 m のびるつるまきばねがある。このばねを右図のようになめらかな水平面上で 0.30 m おし縮めて，すぐそばに置いた質量 0.40 kg の物体をはじき飛ばした。物体は，水平面上を動き，摩擦のある面上を 2.0 m 動いて停止した。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s² とし，ばねの質量は無視するものとする。有効数字 2 桁で答えなさい。



(1) このばねのばね定数を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(2) この物体が摩擦のない水平面上をすべるときの速さを求めなさい。

〔　　　　　　〕

(3) 摩擦のある面での動摩擦係数を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(4) この物体が停止するまでに失なわれた力学的エネルギーがすべて熱に変わるとすれば，発生する熱量は何 J か。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7660)

●学習の視点　　仕事が熱に変わることがあることを理解するのがポイントである。

テーマ　熱と仕事

●右の図のように，大昔の人は，火を得るために木ぎれどうしを強くこすり合わせた。

●ものとものをこすり合わせると，摩擦力に逆らって仕事をすることになる。

●その仕事によって，物体の表面付近の分子の不規則な運動（熱運動）がはげしくなり，温度が上昇する。

●このことは，仕事が熱に変わることを示している。

【熱と仕事】

一般に，物体が摩擦力や抵抗力に逆らって仕事をすれば，熱を発生する。

【熱の仕事当量】

仕事 W〔J〕がすべて熱量 Q〔cal〕に変わるとき，次の比例の関係がある。

$$W = JQ, \quad J = 4.19\ [\mathrm{J/cal}]$$

比例定数 J の値は 1 cal の熱量に相当する仕事の量であるから，「熱の仕事当量」という。1 cal の熱量は 4.19 J の仕事に相当する。

■■説　明■■

●熱の仕事当量の値　　厳密には，$J = 4.18605$〔J/cal〕であるが，ふつう 4.2 として計算してかまわない。

●熱の仕事当量　　仕事によって熱が発生するとき，仕事と熱量は比例する。これを最初に実験で確かめたのがジュールである。ジュールは右の図のような実験をして，仕事 W と熱量 Q の間には，

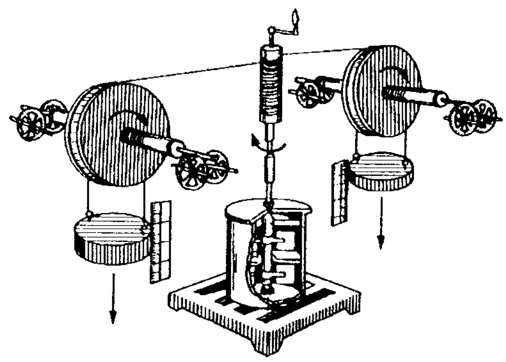
$$W = JQ$$

$$J = 4.2\ [\mathrm{J/cal}]$$

という関係があることを明らかにした。比例定数，すなわち熱の仕事当量 J〔J/cal〕は，仕事を W〔J〕，熱量を Q〔cal〕とすると，

$$J = \frac{W}{Q}$$

で求められる。



<ジュールの実験装置>

おもりが下ることによって輪軸が回転し、その下についている羽根車も回転して熱量計の中の液体をかき回す。おもりのもつ位置エネルギーが減少した分だけ、液体の温度が上がる。

●仕事と熱量の換算　　仕事と熱量の関係は，$W = JQ$ であるから，仕事から熱量〔cal〕を求めたり，熱量〔cal〕から仕事を求めるときには，この式を用いる。たとえば，10 J の仕事によって発生する熱量〔cal〕は，

$$Q = \frac{W}{J} = \frac{10}{4.2} \fallingdotseq 2.4\ [\mathrm{cal}]$$

として求められる。

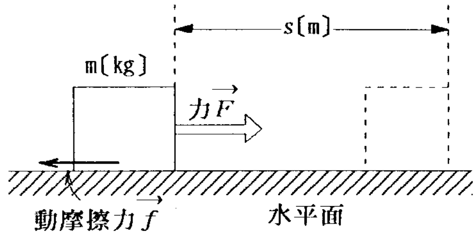
また，10 cal の熱量を発生させるのに必要な仕事は，

$$W = JQ = 4.2 \times 10 = 42\ [\mathrm{J}]$$

と求められる。

● 摩擦力がはたらくときに発生する熱量

水平面上に質量 m 〔kg〕の物体があり，物体と水平面との間の動摩擦係数を μ' とする。この物体に力 $\vec{F}$ を加えて s 〔m〕だけ等速度で動かした場合，力学的エネルギーがすべて熱に変わるとして，考えてみよう。ただし，重力加速度の大きさを g 〔m/s^2〕とする。動摩擦力 $\vec{f}$ に逆らって力 $\vec{F}$ がした仕事は，$\mu' mgs$ 〔J〕になる。移動の前後で比べて，物体がもつ力学的エネルギーは変化していないから，物体がされた $\mu' mgs$ 〔J〕の仕事の分だけ熱が発生する。



このとき発生する熱量を Q 〔cal〕とすると，$W = JQ$ の関係から，

$$Q = \frac{W}{J} = \frac{\mu' mgs}{4.2}\ [\mathrm{cal}]$$

というようにして，熱量を求めることができる。

熱量を J で求めるならば，$W = Q$ として，4.2 で割る必要はない。

---

1 (7661) E02

次の問いに答えなさい。

(1) 一般に，物体が摩擦や抵抗力に逆らって仕事をするとき，熱を発生するか，しないか。

〔　　　　　〕

(2) 1 cal の熱量に相等する仕事の量を J とすると，

J =〔　　　　　〕〔J/cal〕

である。〔　　〕内に適当な数値を書き入れなさい。

(3) (2)の J の値を熱の何というか。

〔　　　　　〕

(4) 1 cal の熱量は何 J の仕事に相当するか。

〔　　　　　〕

(5) 15 cal の熱量を発生させるのに必要な仕事は何 J か。ただし，熱の仕事当量を 4.2 J/cal とする。

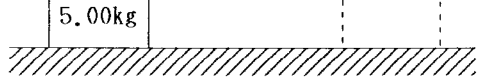
〔　　　　　〕

(6) 摩擦力に逆らう仕事が 105 J であるとき，発生する熱量は何 cal か，また何 J か。ただし，熱の仕事当量を 4.2 J/cal とする。

〔　　　　　〕〔　　　　　〕

2 (7662) E02

質量 5.00 kg の物体を，右図のような摩擦のある水平面上で，摩擦に抗する力を加えて等速度で 16.0 m 動かした。物体と水平面との動摩擦係数を 0.300 とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とし，有効数字 3 桁で答えなさい。



(1) この物体を動かすときの動摩擦力は何 N か。

〔　　　　　〕

(2) この物体を動摩擦力に逆らって 16.0 m 動かすのに必要な仕事は何 J か。

〔　　　　　〕

(3)　この物体が16.0 m 移動したときに，発生する熱量は何 J か。

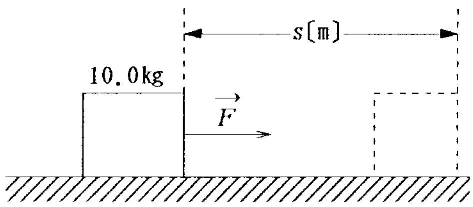
〔　　　　　　　　〕

(4)　(3)のとき発生する熱量は何 cal か。

〔　　　　　　　　〕

3　(7663)　E02

摩擦のある水平面（動摩擦係数は μ'）上で，右図のように外部から力を加えて，質量 10.0 kg の物体を等速度で s〔m〕動かすときに発生する熱量について，次の問いに答えなさい。重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とし，有効数字 3 桁で答えなさい。



(1)　$\mu'=0.400$，$s=10.0$〔m〕，の場合，発生する熱量は何 J か。また，それは何 cal か。

〔　　　　　　〕〔　　　　　　〕

(2)　$\mu'=0.300$，$s=15.0$〔m〕の場合，発生する熱量は何 J か。また，それは何 cal か。

〔　　　　　　〕〔　　　　　　〕

4　(7664)　E02

お風呂に 15 ˚C の水を 0.30 m^3 入れ，40 ˚C にあたためる。このとき，次の問い答えなさい。

(1)　このとき必要な熱量は何 J か。ただし，水の密度は 1.0×10^3 kg/m^3，比熱は 4.2 J/g·K で，熱は水をあたためることだけに使われるものとする。

〔　　　　　　　　〕

(2)　(1)の熱のすべてが，0.30 m^3 の水をゆっくり持ち上げる仕事に使われるとすると，何 m 持ち上げることができるか。ただし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

〔　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7670)

●学習の視点　　摩擦力がはたらくときには，力学的エネルギーが保存されないことがポイントである。

テーマ　力学的エネルギーが保存されない場合(1)

●物体が摩擦力に逆らって運動する場合，摩擦力によって負の仕事をされるので，力学的エネルギーは減少する。

➡重力以外の外力である摩擦力によって仕事をされるので，力学的エネルギーは保存されない。

●減少した力学的エネルギーは，熱エネルギーに変わっていく。

●摩擦力に逆らってした仕事に相当する分だけ熱が発生する。

【熱と仕事と力学的エネルギー】

物体のもつ力学的エネルギーの減少分を $\varDelta E$〔J〕，摩擦力によってなされた仕事を W〔J〕とすると，それがすべて熱に変わったときに発生する熱量 Q〔J〕は，次のように表せる。

$$Q = W = \varDelta E$$

■■説　明■■

●運動エネルギーが熱に変わる場合

図1のように，ある瞬間に v_1〔m/s〕の速さで運動していた質量 m〔kg〕の物体が，水平面との間にはたらく動摩擦力のために，s〔m〕動いたときの速さが v_2〔m/s〕になったとする（$v_1 > v_2$）。このとき，物体のもつ運動エネルギーの減少分は，

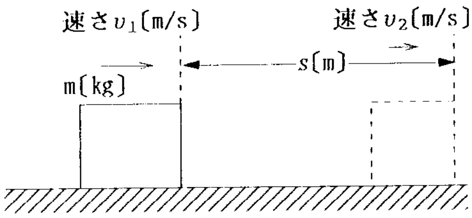


図1

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_2^2)\text{〔J〕}$$

となる。これがすべて熱に変わったとすると，発生する熱量 Q〔J〕は，$W = Q$ の式より，

$$Q = \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_2^2)\text{〔J〕} \qquad \cdots\cdots\cdots ①$$

となる。物体の速さが v_0〔m/s〕から 0 m/s になる（停止する）間に発生する熱量は，この式から $\frac{1}{2}mv_1^2$〔J〕となる。

●位置エネルギーが熱に変わる場合

重力による位置エネルギーや弾性力による位置エネルギーが減少して熱に変わる場合も，運動エネルギーが熱に変わる場合と同様に考えることができる。図2のように，一端を壁に固定して x〔m〕縮めたばね定数 k〔N/m〕のばねの他端に，質量 m〔kg〕の物体をつけて手をはなしたところ，物体は摩擦のある平面上を動いて，図2のbのような位置で静止したとする。はじめばねがもっていた弾性力による位置エネルギー $\frac{1}{2}kx^2$〔J〕は，静止したときには $\frac{1}{2}ky^2$

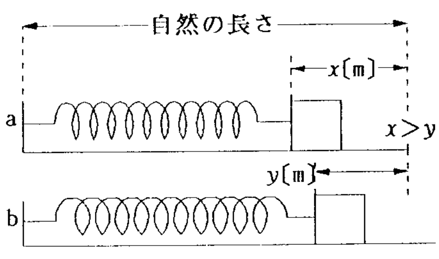


図2

〔J〕になっている。このときの弾性力による位置エネルギーの減少分は，

$$\frac{1}{2}kx^2-\frac{1}{2}ky^2=\frac{1}{2}k(x^2-y^2)\,〔J〕$$

で，これがすべて熱に変わったとすると，発生する熱量 Q〔J〕は，

$$Q=\frac{1}{2}k(x^2-y^2)\,〔J〕 \quad \cdots\cdots\cdots②$$

重力による位置エネルギーが熱に変わる場合も，位置エネルギーの減少分が熱に変わる。移動前と移動後の高さの差 Δh〔m〕，物体の質量を m〔kg〕，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とすると，物体のもつ位置エネルギーの減少分は $mg\Delta h$〔J〕となる。よって，発生する熱量 Q〔J〕は，次のようになる。

$$Q=mg\Delta h\,〔J〕 \quad \cdots\cdots\cdots③$$

これらの場合，摩擦係数はいずれもわかっていないが，発生する熱量は求めることができる。摩擦係数以外にも，運動エネルギーが熱に変わる場合の移動距離 s や弾性力による位置エネルギーが熱に変わる場合の物体の質量 m は，①，②のように熱量を求める式には含まれていないので，それらの値がわからなくても，熱量を求めることができる。

研　究

●発生する熱量とエネルギー保存の法則

ここで学習する内容はセクション7で学習する「エネルギー保存の法則」と関係が深い。

エネルギーには，力学的エネルギーのほかに，熱エネルギー，電気エネルギー，化学エネルギー，光のエネルギー，原子核エネルギーなどがある。このようにエネルギーにはさまざまな形（あらわれ方，すがた）があり，それらは，たがいに移り変わることができる。また，

> ◇ある物体のもつエネルギーの総量は，外部とのやりとりがないかぎり一定不変である。

これが，「エネルギー保存の法則」である。

このテーマでは，系と外部とのエネルギーのやりとりが仕事と熱の形で行われ，仕事を力学的エネルギーの変化から求めているところに特徴がある。「説明」の「運動エネルギーが熱に変わる場合」について，もう少しくわしくみていくと，

$$\frac{1}{2}mv_1{}^2-\frac{1}{2}mv_2{}^2=Fs \quad (F\ \text{は力の大きさ，}\ s\ \text{は移動距離})$$

$W=Fs$ とすると，発生する熱量は，$Q=W$ となる。

また，動摩擦係数を μ' とすると，$F=\mu' mg$ であるから，

$$\frac{1}{2}mv_1{}^2-\frac{1}{2}mv_2{}^2=\mu' mgs$$

が成立する。この式は，物体に着目すれば，

「物体が摩擦力に逆らってした仕事だけ運動エネルギーが減少する。」

という「エネルギーの原理」となる。

しかし，物体と面との系に着目すれば，

「物体の運動エネルギーの減少は，摩擦により発生した熱量 $Q=\mu' mgs$ に等しく，系のエネルギーは不変である。」

という「エネルギー保存の法則」となる。

1 (7671) E02

次のそれぞれの場合に発生する熱量は，何 J か。有効数字2桁で答えなさい。

(1) 水平な道を速さ 8.4 m/s で走っていた自動車が，ブレーキをかけて止まった。摩擦力に逆らう仕事によって，発生した熱量は何 J か。ただし，自動車の質量は 600 kg とする。

〔　　　　　　〕

(2) 10 m/s の速さをもつ質量 10 kg の物体が，摩擦のある水平面上を移動している。この物体が 30 m 動いたときの速さが 8.0 m/s であった。このとき，発生した熱量は何 J か。

〔　　　　　　〕

(3) 速さ 54 km/h で水平な地面を走っていた自動車が，霧のために 36 km/h に減速した。このとき発生した熱量は何 J か。車の質量は 840 kg とする。

〔　　　　　　〕

2 (7672) E02

熱を伝えにくい 2.0 kg の箱の底（外面）に，0.40 kg の銅板をつけたものを用意し，水平な台の上で 15 m/s の速さをあたえたが，摩擦のためにある距離を進んで停止した。次の問いに答えなさい。

(1) はじめこの物体がもっていた運動エネルギーはいくらか。

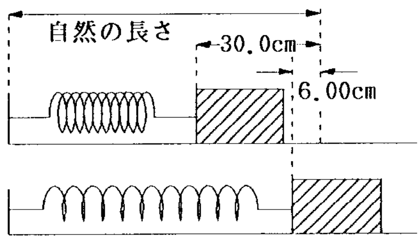
〔　　　　　　〕

(2) 摩擦熱をすべて銅板が吸収するとすると，銅板の温度は何 K 上昇するか。ただし，銅の比熱を 0.38 J/g·K とする。

〔　　　　　　〕

3 (7673) E02

右図のように，一端を固定したつるまきばねの他端に，質量 4.00 kg の物体をつけて摩擦のある水平面上に置き，30.0 cm おし縮めた。そして手をはなすと，ばねの自然の長さより 6.00 cm 縮んだところで物体は停止した。このばねの，ばね定数を 50.0 N/m とすると，物体と水平面との間に発生した熱量は何 J か。有効数字3桁で答えなさい。



〔　　　　　　〕

4 (7674) E02

比熱 0.44 J/g·K の鉄球 0.20 kg を地上 40 m の高さから自由落下させる。鉄球が地面に達したときもつ力学的エネルギーがすべて熱に変わり，鉄球自身の温度を高めたとして，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とし，空気の抵抗および，落下中の熱の出入りは無視できるものとする。

(1) 鉄球が地面に達したとき，鉄球の温度は何 K 上昇するか。有効数字2桁で答えなさい。

〔　　　　　　〕

(2) (1)で，鉄球の質量を2倍にすると，温度の上昇は何倍になるか。

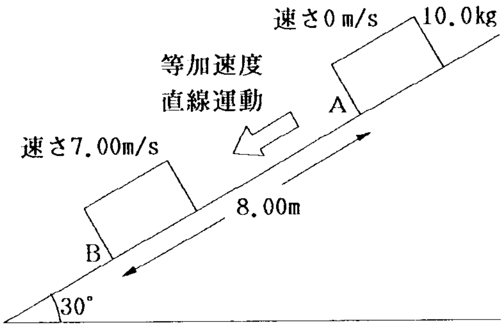
〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7680)

● 例題の視点　　力学的エネルギーが保存されないで熱エネルギーに変わる場合のバリエーションである。摩擦のある斜面上を物体が落ちていく場合に，位置エネルギーから運動エネルギーへの力学的エネルギーの変化を考慮する。

基本例題　力学的エネルギーが保存されない場合(2)

右図のように，摩擦のある，水平面と30°の傾きの斜面上のA点に，質量10.0 kgの物体を置いた。物体は，A点から等加速度直線運動をして，A点から8.00 m動いたとき（B点），物体の速さは7.00 m/sであった。物体のもつ力学的エネルギーの減少分はすべて熱に変わったものとして，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさは9.80 m/s^2，B点の位置を位置エネルギーの基準とする。



(1)　物体のもつ力学的エネルギーは，A点では何Jか。

(2)　物体のもつ力学的エネルギーは，B点では何Jか。

(3)　物体のもつ力学的エネルギーは，B点ではA点と比べて何J減少したか。

(4)　物体がA点からB点まで動く間に発生した熱量は何Jか。

- A点では速さが0 m/sである。B点では速さが7.00 m/sである。これは位置エネルギーが運動エネルギーに変化したためである。
- 斜面に摩擦があるといっているが，静止摩擦係数も動摩擦係数も問題であたえられていない。
- 力学的エネルギーの減少分がすべて熱に変わると考える。
- B点が位置エネルギーの基準である。

■■考え方■■

(1)　A点では，運動エネルギーは0 Jで，位置エネルギーだけを考えればよい。位置エネルギーE_pは，$E_p = mgh$で求める。

(2)　B点での力学的エネルギーは，B点での位置エネルギーとB点での運動エネルギーの和で求める。運動エネルギーE_kは，$E_k = \frac{1}{2}mv^2$で求める。

(3)　(1)−(2)で求める。

(4)　(3)で求めた力学的エネルギーの減少分が発生した熱量に等しい。

■■解　答■■

(1)　A点はB点より，8.00 sin30°=4.00〔m〕高いところにある。よって，A点で物体のもつ位置エネルギーE_pは，

$$E_p = mgh = 10.0\times9.80\times4.00 = 392〔\mathrm{J}〕$$

また，A点では速さは0 m/sなので，物体のもつ運動エネルギーは0 J。

したがって，A点で物体のもつ力学的エネルギーE_Aは，

$$E_A = 392+0 = 392〔\mathrm{J}〕 \quad \cdots\cdots\cdots①$$

答え　392 J

(2) B 点は位置エネルギーの基準であるから，B 点で物体のもつ位置エネルギーは 0 J である。

また，B 点では速さが 7.00 m/s なので，B 点で物体のもつ運動エネルギー E_k は，

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times10.0\times7.00^2=245\ [\mathrm{J}]$$

したがって，B 点で物体のもつ力学的エネルギー E_B は，

$$E_B=0+245=245\ [\mathrm{J}] \quad \cdots\cdots\cdots②$$

答え 245 J

(3) ①，②より，A 点と B 点の力学的エネルギーを比べると，B 点のほうが，

$$\Delta E=E_A-E_B=392-245=147\ [\mathrm{J}]$$

少ない。

答え 147 J

(4) 力学的エネルギーの減少分，$\Delta E=147$〔J〕がすべて熱に変わったわけだから，発生する熱量 Q は，

$$Q=\Delta E=147\ [\mathrm{J}]$$

答え 147 J

□ここがポイント!□

◆力学的エネルギーの減少分を求めるとき，A 点と B 点での力学的エネルギーの差

$$\Delta E=E_A-E_B$$

として求めること。

◆摩擦で熱が発生する場合は，力学的エネルギー保存の法則は使えない。

➡ $mgh=\frac{1}{2}mv^2$ として，v を求めると，

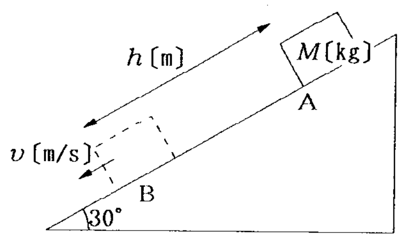
$$v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times9.80\times4.00}=8.854\cdots=8.85\ [\mathrm{m/s}]$$

となって，この問題の 7.00 m/s より大きい。これは，物体の面との間で発生する熱エネルギーを考えに入れていないためである。

---

1 (7681) E02

右図のように，水平面と 30° の傾きをもつ摩擦のある斜面上に，質量 M〔kg〕の物体がある。この物体から手をはなすと，物体は A 点から等加速度直線運動をして，h〔m〕離れた B 点を速さ v〔m/s〕で通過する。物体のもつ力学的エネルギーの減少分は，すべて摩擦によって発生する熱に変わるとして，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさは g〔m/s²〕，位置エネルギーの基準は B 点の位置とする。



(1) A 点で物体のもつ位置エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　　　〕

(2) B 点で，物体のもつ運動エネルギーは何 J か。

〔　　　　　　　　　　〕

(3) A 点から B 点まで動く間に，物体の失った力学的エネルギーは何 J か。

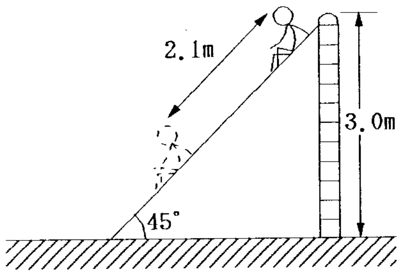
〔　　　　　　　　　　〕

(4) A 点から B 点まで物体が動く間に，摩擦によって発生した熱量は何 J か。

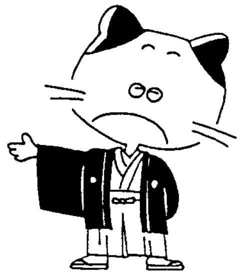
〔　　　　　　　　　　〕

2 (7682) E02

右図のように，地面と45°の傾きをもつ急なすべり台の上を，体重34 kgwの人がすべりおりる。地面からの高さが3.0 mであるすべり台を，すべり始めてから2.1 mおりたときの速さが2.0 m/sであったとする。この人がもっていた力学的エネルギーの減少分が，すべてすべり台との摩擦によって発生する熱に変わるとすると，このとき発生する熱量は何Jか。ただし，重力加速度の大きさを9.8 m/s^2，$\sqrt{2}=1.41$とし，有効数字2桁で答えよ。



〔　　　　　　　　　　〕

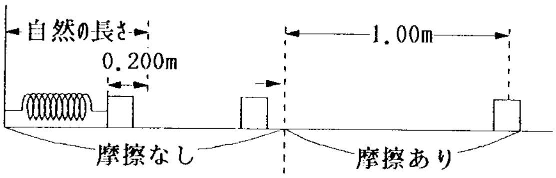


類題トレーニング(7690)

● 例題の視点　　こんどは，ばねのある場合の力学的エネルギーの変化を考える。力学的エネルギーの減少分が発生する熱量に等しい点は，これまでと同じように考えること。

基本例題　力学的エネルギーが保存されない場合(3)

質量 0.300 kg のおもりをつるすと 0.200 m のびるつるまきばねがある。このばねを右図のようになめらかな水平面上で 0.200 m おし縮めて，すぐそばに置いた質量 0.300 kg の物体をはじき飛ばした。物体は，水平面上を動き，摩擦のある面上を 1.00 m 動いて停止した。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とし，ばねの質量は無視するものとする。有効数字 3 桁で答えなさい。



(1)　このばねのばね定数を求めなさい。

(2)　この物体が摩擦のない水平面上をすべるときの速さを求めなさい。

(3)　摩擦のある面での動摩擦係数を求めなさい。

(4)　この物体が停止するまでに失われた力学的エネルギーがすべて熱に変わるとすれば，発生した熱量は何 J か。

● このばねは 0.300 kg のおもりで 0.200 m のびる。
● はじめ物体は「摩擦なし」の水平面上をすべり，そのあと「摩擦あり」の水平面上を 1.00 m 動き停止した。
● 動摩擦力がはたらくのは，この 1.00 m の間だけである。
● 熱が発生するのは，この 1.00 m の間である。

■■考え方■■

(1)　ばねののびの長さ x は，ばねに加えた力 F に比例する。

$$F = kx \quad (k \text{ はばね定数})$$

また，おもりの質量を M とすると，$F = Mg$ である。

(2)　弾性力による位置エネルギー E_p は，　$E_p = \frac{1}{2}kx^2$

である。摩擦のない水平面上では物体は等速直線運動をする。このときの速さを v とすると，そのとき物体がもっている運動エネルギー E_k は，物体の質量を m とすると，

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

ここでは，$E_p = E_k$ であることから v を求めればよい。

(3)　(2)の運動エネルギー（正確には，等速直線運動をしている物体のもつ運動エネルギーと速さが 0 になるときの運動エネルギーの差）が，摩擦のある水面上で物体を 1.00 m 動かす仕事と等しい（エネルギーの原理）と考える。

動摩擦係数を μ' とし，物体の移動距離を s，その間にはたらく力を F とすると，

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv'^2 = Fs = \mu' mgs \quad (\text{ただし，} v' = 0)$$

(4)　力学的エネルギーの減少分 $\Delta E = \frac{1}{2}mv^2$ がすべて熱量 Q に変わると考える。

■■解　答■■

(1)　ばね定数を k〔N/m〕，おもりの質量を M〔kg〕，ばねののびを x〔m〕とすると，

$$kx=Mg$$

$$\therefore\quad k=\frac{Mg}{x}=\frac{0.300\times9.80}{0.200}=14.7\,〔\mathrm{N/m}〕$$

答え　14.7 N/m

(2)　ばねの弾性力の位置エネルギーがすべて，物体が摩擦のない水平面上をすべっているときの運動エネルギーに変わる。求める速さを v〔m/s〕，物体の質量を m〔kg〕とすると，

$$\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}mv^2\qquad v^2=\frac{k}{m}x^2$$

$$\therefore\quad v=x\sqrt{\frac{k}{m}}=0.200\times\sqrt{\frac{14.7}{0.300}}=1.40\,〔\mathrm{m/s}〕$$

答え　1.40 m/s

(3)　速さ v〔m/s〕ですべっていた物体が s〔m〕動いて停止したのであるから，求める動摩擦係数を μ' とすると，

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}\times m\times0^2=Fs=\mu' mgs$$

$$\therefore\quad \mu'=\frac{v^2}{2gs}=\frac{1.40^2}{2\times9.80\times1.00}=0.100$$

答え　0.100

(4)　力学的エネルギーの減少分を ΔE〔J〕とすると，

$$\Delta E=\frac{1}{2}mv^2-0=\mu' mgs$$

となる。これがすべて熱に変わったのだから，発生する熱量を Q〔J〕とすると，

$$Q=\Delta E=\mu' mgs=0.100\times0.300\times9.80\times1.00$$
$$=0.294\,〔\mathrm{J}〕$$

➡ $Q=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times0.300\times1.40^2=0.294$〔J〕として求めてもよい。

答え　0.294 J

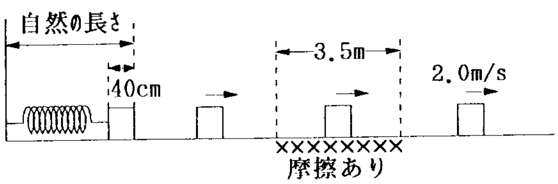
□ここがポイント!□

◆摩擦のある面だけで熱が発生する。
◆力学的エネルギーの減少分がすべて熱に変わる。

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv'^2=Fs=\mu' mgs=Q$$

1　(7691)　E02

1.0 kg のおもりをつるすと 20 cm のびるつるまきばねがある。このばねを水平面に置いて一端を固定し，ばねを 40 cm 縮めて他端に質量 320 g の物体を置く。手をはなすと，物体はなめらかな水平面上をすべり始め，3.5 m の摩擦のある水平面上を動いたのち，再び摩擦のない水平面上を 2.0 m/s の速さですべった。重力加速度の大きさを 10 m/s² とし，ばねの質量は無視して，次の問いに答えなさい。答えは有効数字 2 桁で答えなさい。



(1) このばねのばね定数は何 N/m か。

〔　　　　　　　　　〕

(2) この物体がばねから離れたときの速さを求めなさい。

〔　　　　　　　　　〕

(3) この物体が摩擦のある面を動いたときに発生する熱量は何 J か。

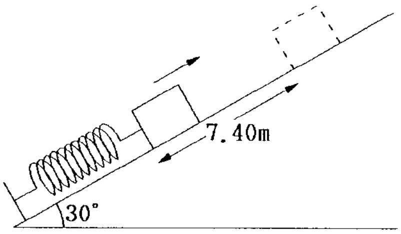
〔　　　　　　　　　〕

(4) 摩擦のある面の物体との間の動摩擦係数を求めなさい。

〔　　　　　　　　　〕

2 (7692) E02

1.00 kg のおもりをつり下げると 10.0 cm のびるつるまきばねがある。このばねを，右図のように斜面上にとりつけ，手で 50.0 cm 縮めて質量 250 g の物体を置いた。手をはなすと，物体は斜面上を上に向かって動き，はじめの位置から 7.40 m のところまで動いて最高点に達した。水平面と斜面との傾きを 30°，重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とし，ばねの質量は無視して，次の問いに答えなさい。有効数字3桁で答えなさい。



(1) このばねのばね定数は何 N/m か。

〔　　　　　　　　　〕

(2) このばねが 50.0 cm 縮んだ状態でもっている弾性力による位置エネルギーは何 J か。

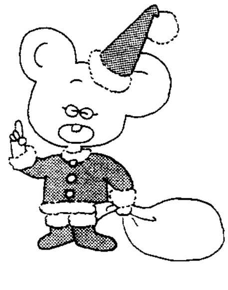
〔　　　　　　　　　〕

(3) 物体と斜面との間に摩擦がないとすると，物体は斜面上を何 m 動いて最高点に達するか。

〔　　　　　　　　　〕

(4) 物体が斜面上を上に向かって 7.40 m 動く間に発生した熱量は何 J か。

〔　　　　　　　　　〕



§3 ボイルの法則

E03

一定質量の気体が温度一定のもとでは，その圧力と体積の間にはボイルの法則という関係があります。このセクションでは，その関係はどのようなものであるかを学習していきます。まず，圧力をどのように定義するかを示します。次に，ボイルの法則を説明しますが，気体の状態に対する基本法則ですから，よく理解しましょう。

◇考え方のポイント◇

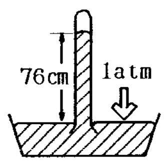
◆圧力 P

単位面積に作用する力の大きさを「圧力」という。面積 S〔m^2〕に一様に力 F〔N〕が作用するとき，その面の受ける圧力 P は，

$$P=\frac{F}{S}\ \text{〔N/m}^2\text{〕}$$

である。単位としては，N/m^2，Pa，kgw/m^2，atm，mmHg などを用いる。

◆トリチェリーの実験



1 atm の大気圧は水銀柱を 76 cm (760 mm) の高さまでおし上げる。圧力 P は，密度 ρ の液柱の高さを h として $P=\rho g h$ で示され，

$$1\,\text{〔atm〕}=760\,\text{〔mmHg〕}=1.01\times10^5\,\text{〔N/m}^2\text{〕}$$

$$1\,\text{〔N/m}^2\text{〕}=1\,\text{〔Pa〕}$$

である。

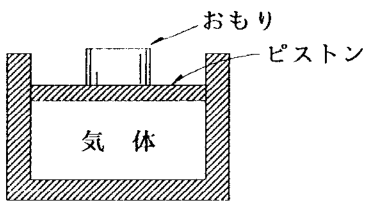
◆ボイルの法則

一定質量の気体は，その温度が一定のもとでは，圧力 P と体積 V は反比例する。

$$PV=\text{一定}$$

---

1 (0010) [　　] ➲類題 7700 圧力・トリチェリーの実験



断面積が S〔m^2〕の円筒形の容器に，なめらかに動き重さの無視できるピストンにより気体を閉じこめ，ピストンの上におもりをのせてつりあわせた。大気圧を P_0〔N/m^2〕，おもりの質量が M〔kg〕のとき，容器内の気体の圧力は何 N/m^2 か。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

〔　　　　　　　　　　〕

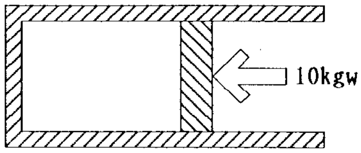
2 (0011) [　　] ➲類題 7710 ボイルの法則

圧力が $1.2\times10^5\ N/m^2$ の気体 $0.20\ m^3$ を，温度一定のまま体積を $0.10\ m^3$ にした。このとき，気体の圧力は何 N/m^2 になるか。

〔　　　　　　　　　　〕

3　(0012) □　➡類題 7720　ピストン内に閉じこめられた気体

断面積が 50 cm^2 のなめらかに動くピストンのついたシリンダーに，1 atm の空気 4.0 l を入れて水平に置き，ピストンに 10 kgw の力を加えた。空気の体積はいくらになるか。ただし，空気の温度は変わらないものとする。このときの大気圧は 1 atm であるとする。



なお，重力加速度の大きさを 9.8〔m/s^2〕，1〔atm〕= 1.01×10^5〔N/m^2〕として，有効数字 2 桁で答えなさい。

〔　　　　　　　　〕

4　(0013) □　➡類題 7730　閉じこめられた気体の圧力と体積

一方が閉じた太さが一様なガラス管の中に空気を入れ，長さ l_0=10.0〔cm〕の水銀柱で外気をさえぎった。このとき，図 1 のように，ガラス管を水平面から 30° の角で開いた口を上向きに傾けたところ，空気柱の長さ l_1 は 15.6 cm になった。また，図 2 のように，ガラス管を水平面から 30° の角で開いた口を下向きに傾けたところ，空気柱の長さ l_2 は 17.8 cm になった。以上のことから，このときの大気圧は何 cmHg か求め，有効数字 3 桁で答えなさい。ただし，空気柱の温度は一定であったとする。

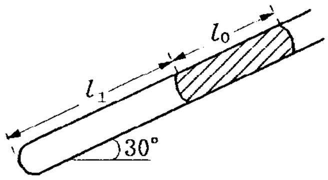


図 1

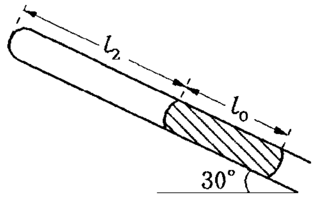


図 2

〔　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7700)

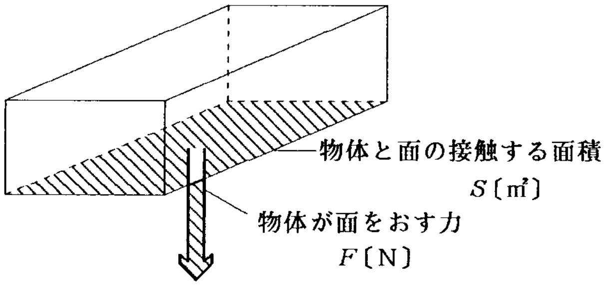
●学習の視点　　気体の状態を示す１要素である圧力をどのような量として示したらよいか，また，大気圧はどれほどの大きさの圧力であるかなど，圧力について十分理解することが，この学習の目的である。

テーマ　圧力・トリチェリーの実験

●圧力は単位面積に作用する力の大きさである。すなわち，

$$圧力=\frac{加わっている力}{面\quad積}$$

である。



●地球の大気層の重さによる圧力を「大気圧」という。大気圧の大きさはトリチェリーの実験により求められた。

●実験によると，地上での大気圧は水銀柱を 76 cm (760 mm) の高さまでおし上げる圧力にほぼ等しい。

【圧力】

面積 S〔m^2〕の面に F〔N〕の力が加わっているときの圧力 P〔N/m^2〕は，次の式で求められる。

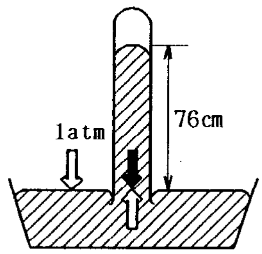
$$P=\frac{F}{S}$$

【圧力の単位】

760 mm の水銀柱による圧力と等しい圧力を「1 気圧」といい，1 atm と表す。1 atm の大きさは，

$$1\,〔atm〕=1.013\times10^5\,〔N/m^2〕$$

圧力の単位には atm と N/m^2（ニュートン毎平方メートル）が使われることが多い。地上での大気圧はほぼ 1 atm に等しい。また，1 N/m^2 を 1 Pa（パスカル）という。

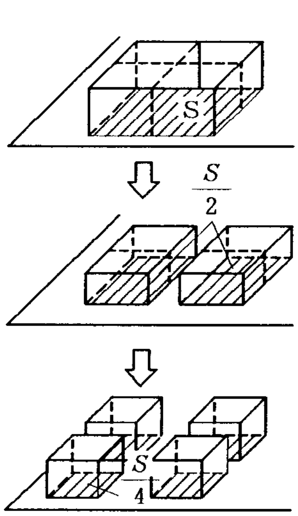


1〔atm〕=760〔mmHg〕
=1.013×10^5〔N/㎡〕

■■説　明■■

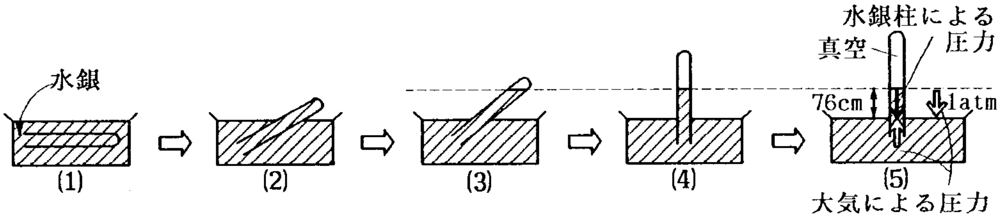
●面をおす力と面積，圧力の関係　　底面積が S で密度が一様な質量 m〔kg〕の直方体が右図のように水平面上に置かれている。この直方体を縦に切って，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，としていったときの直方体が水平面をおす力と底面積，$\frac{水平面をおす力}{底面積}$の関係を調べてみよう。

表からわかるように，単位面積（1 m^2）あたりの面に加わっている力，つまり圧力はどの場合でも同じになっている。なお，圧力は面に垂直にはたらく。



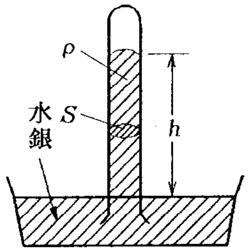
	もとの直方体	$\frac{1}{2}$の直方体	$\frac{1}{4}$の直方体
重力〔N〕	mg	$\frac{1}{2}mg$	$\frac{1}{4}mg$
水平面をおす力F〔N〕	mg	$\frac{1}{2}mg$	$\frac{1}{4}mg$
底面積〔m²〕	S	$\frac{1}{2}S$	$\frac{1}{4}S$
$\frac{水平面をおす力}{底面積}$	$\frac{mg}{S}$	$\frac{mg}{S}$	$\frac{mg}{S}$

●トリチェリーの実験　　トリチェリーは次のように，水銀を満たし，一端を閉じたガラス管を立て，その長さをはかることによって大気圧の大きさを導いた。



図(1)のように，長さ約1mの一端が閉じたガラス管を水銀の中につけて，図(2)→(5)のように，閉じた部分を引きあげていくと，水銀面からの水銀柱の高さは，どのような場合でも76cmより高くならない。

ガラス管内にできた空間は，最初水銀がつまっていたのであるから，真空，すなわち圧力0である。このことから，大気は水銀柱を76cmの高さにおし上げる圧力をもっているといえる。この圧力を1気圧（1atm）という。



いま，大気がおし上げた水銀柱の高さを h〔m〕，密度を ρ〔kg/m³〕，ガラス管の断面積を S〔m²〕とすれば，大気圧 P〔N/m²〕はいくらになるか求めてみよう。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。

高さが h〔m〕，断面積が S〔m²〕の水銀柱が底面をおす力 F は，水銀柱の質量が体積を V〔m³〕として，$m=\rho V$〔kg〕$=\rho Sh$〔kg〕であるから，

$$F=mg\text{〔N〕}=\rho Shg\text{〔N〕}$$

したがって，水銀による圧力，すなわち，大気圧は，

$$P=\frac{F}{S}=\frac{\rho Shg}{S}=\rho gh\text{〔N/m}^2\text{〕}$$

$\rho=13.6$〔g/cm³〕$=13.6\times10^3$〔kg/m³〕，$g=9.8$〔m/s²〕，$h=0.76$〔m〕を代入すると，

$$P=13.6\times10^3\times9.8\times0.76=1.012928\times10^5\fallingdotseq1.013\times10^5\text{〔N/m}^2\text{〕}$$

となる。すなわち，

$$1\text{〔atm〕}=1.013\times10^5\text{〔N/m}^2\text{〕}$$

となる。

●圧力の単位　　圧力の単位には，N/m²，Pa，atmのほかに，mmHg（水銀柱ミリメートル），hPa（ヘクトパスカル），kgw/cm² がある。

hPaは気象で使い，1〔hPa〕$=10^2$〔Pa〕である。また，1mmHgは1mmの高さの水銀柱が底面におよぼす圧力である。これらには次の関係がある。

$$\begin{aligned}1\text{〔atm〕}&=1.013\times10^5\ \text{N/m}^2\text{〔Pa〕}=1013\text{〔hPa〕}\\&=760\text{〔mmHg〕}\\&=1.033\text{〔kgw/cm}^2\text{〕}\end{aligned}$$

参　考

●パスカルの原理

◆圧力はあらゆる向きに伝わる◆

右の図1，図2とも，ピストンは水に左向きの圧力を加えている。

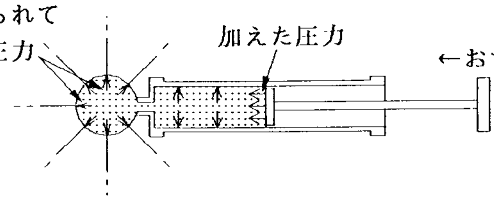


図1

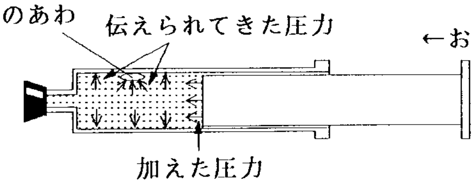


図2

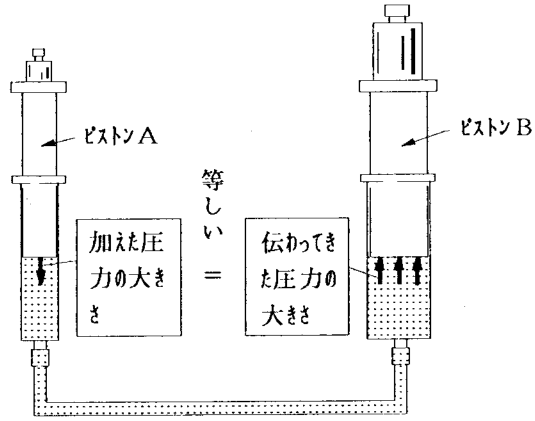
図1では，水がすべての穴から垂直に飛び出すことから，ピストンが加えた圧力がどの穴にも伝えられて，面に垂直にはたらいていることがわかる。

また，図2でも，空気のあわはまわりの水から面に垂直な圧力を受けるのである。つまり，あわはあらゆる向きから同じようにおされて，同じような形のまま縮むのである。もちろん水とふれ合っているすべての壁にも，圧力は伝わり，壁に垂直にはたらく。図の矢印は，伝わった圧力のはたらく向きを表している。

このように，閉じこめられた液体の一部に加えられた圧力は，どの部分にも伝わって面に垂直にはたらく。これは，液体だけの特徴ではなく，閉じこめられた気体の場合にもあてはまる。

◆パスカルの原理◆　液体中を伝わる圧力の大きさはどうなのか。次のように細い管でつながれた2つのピストンの中の水が静止し続けるための条件を考えてみよう。

右の図で，ピストンAとBとがつりあっているとき，ピストンAの圧力と，ピストンBの圧力は等しくなる。



〈液体中を伝わる圧力の大きさ〉

このことを見方を変えて考えてみると，「ピストンAが水に加えた圧力が，そのままの大きさでピストンBの底に伝わった。そして，Bのピストンを支えている。」ということができる。

頭が混乱するといけないので，もういちど念をおすと，圧力とは，1 cm^2 あたりにはたらく力である。1 cm^2 あたりにはたらく力が同じ大きさのままで伝わるということである。だから，Bの面積が大きくなると，面全体ではAより重いものを支えられるのである。

このように，液体中を伝わる圧力の大きさは等しいことがわかった。つまり，「閉じこめられた液体の一部に加えられた圧力は，等しい大きさで液体の各部に伝わる。」と，まとめることができる。これを「パスカルの原理」とよぶ。このことは，気体についても成り立つ。

この原理は，自動車の整備工場などで自動車を持ち上げるときなどに利用されている。

1　(7701)　E03

圧力について，次の問いに答えなさい。

(1)　面積 S の面に対して一様に F の力がはたらいているとき，面が受ける圧力 P はいくらか。

〔　　　　　　　　〕

(2)　1気圧は何 N/m^2 か。

〔　　　　　　　　　　　　　　〕

(3) 水平面上に接触面積が S，質量 m の物体が置かれている。重力加速度の大きさを g とするとき，面がうける圧力はいくらか。

〔　　　　　　〕

(4) トリチェリーの実験を，長さが1m程度で断面積が S〔m^2〕のガラス管を使って行ったとき，水銀柱の高さは h〔m〕であった。長さがほぼ同じで，断面積が $2S$〔m^2〕，$3S$〔m^2〕のガラス管で実験を行うと水銀柱の高さは何mになるか。

〔　　　　　　〕

2 (7702) E03

圧力について，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを $9.8\,m/s^2$ としなさい。

(1) $0.20\,m^2$ の面に対して一様に力 10 N が作用しているとき，この圧力はいくらか。

〔　　　　　　〕

(2) 水平面上にある物体の水平面との接触面積は $0.020\,m^2$ で，この物体の質量は3.0kgであるという。物体が水平面をおす圧力はいくらか。

〔　　　　　　〕

(3) 1辺の長さが10cmの立方体が，水平面上に置かれている。この物体の質量は2.0kgであるとすれば，物体が面をおす圧力はいくらか。

〔　　　　　　〕

3 (7703) E03

水銀の密度を $\rho=13.6\times10^3$〔kg/m^3〕，重力加速度の大きさを $g=9.80$〔m/s^2〕として，次の問いに答えなさい。ただし，有効数字3桁で答えなさい。

(1) トリチェリーの実験によれば1atmは水銀柱を76.0cmの高さまでおし上げる圧力に等しい。1atmは何 N/m^2 か求めなさい。

〔　　　　　　〕

(2) ある円筒形の容器に深さ10.0cmまで水銀を入れた。底面に加わる水銀だけによる圧力と大気圧の和は何 N/m^2 か。ただし，このときの大気圧は $1.01\times10^5\,N/m^2$ であった。

〔　　　　　　〕

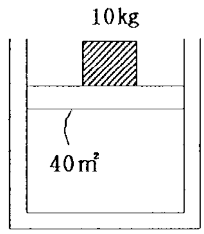
(3) 適当な，十分に長い管が得られたとして，水銀のかわりに水を用いてトリチェリーの実験と同じことを行った。大気圧が1atmのとき，水柱は何mの高さになるか。

〔　　　　　　〕

4 (7704) E03

なめらかに動く断面積 $40\,cm^2$ のピストンのついたシリンダーを鉛直に立て，気体を閉じこめ，ピストンの上におもりをのせてつりあわせた。大気圧を $1.0\times10^5\,N/m^2$，ピストンとおもりを合わせた質量が10kgのとき，容器内の気体の圧力は何 N/m^2 か。ただし，重力加速度の大きさを $9.8\,m/s^2$ とする。

〔　　　　　　〕



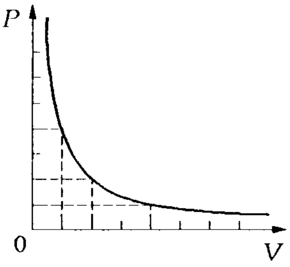
ヒント 1〔m^2〕$=10^4$〔cm^2〕だから，1〔cm^2〕$=10^{-4}$〔m^2〕

類題トレーニング(7710)

●学習の視点　　気体の状態の変化についてその量的関係を学ぼう。まず，気体の温度が一定のもとで，その圧力と体積はどのような関係にあるかを学ぶのが，ここでの学習のポイントである。

テーマ　ボイルの法則

- 気体の温度を一定に保ち，圧力 P〔N/m²〕と体積 V〔m³〕の関係を調べてみると，右図のようになり，一定質量の気体の圧力と体積はたがいに反比例する。
- 温度一定，体積 V を $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，……にすると圧力 P は2倍，3倍，…になる。また，体積 V を2倍，3倍，……にすると圧力 P は $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，…になる。



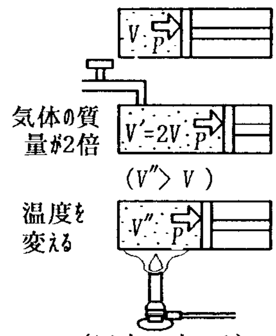
【ボイルの法則】

一定質量の気体は，温度が一定のもとでは，圧力 P と体積 V は反比例する。このことを，「ボイルの法則」という。

$$PV = 一定$$

■■説　明■■

- ボイルの法則が成り立つ条件　　ボイルの法則が成り立つには気体の質量と温度がどちらも一定であることが必要である。
  温度が一定でも気体の質量が2倍になると，圧力 P が一定なら体積 V は2倍，体積 V が一定なら圧力 P が2倍になる。すなわち，$PV=$ 一定 とはならない。
  また，気体の質量が一定でも，温度が上がると気体は膨張しようとする。したがって，体積 V を一定にすると圧力 P が上がり，圧力 P を一定にすると体積が増加し，やはり，$PV=$ 一定 とはならない。
  ボイルの法則は実験から得られた法則で，イギリス人の科学者ボイルによって発見されたことから，ボイルの法則とよばれている。



(圧力一定のとき)

- $P_1V_1=P_2V_2$ の式に条件値を代入するとき，圧力，体積ともに同じ単位を使うことがたいせつである。圧力の単位は必ず，atm か N/m² のどちらかに統一しよう。体積についても同様。

1　(7711)　E03

次の問いに答えなさい。

(1) 温度一定のもとで，圧力 P_1，体積 V_1 の気体の体積を V_2 にすると圧力が P_2 になった。このとき，P_1，V_1，P_2，V_2 の間にはどのような関係があるか。

〔　　　　　　　　〕

(2) (1)で求めた関係を何の法則というか。　〔　　　　　　　　〕

(3) ある一定質量の気体を温度一定のもとで，圧力 $4P$，体積 $3V$ の状態から，体積を $2V$ にした。このとき圧力はいくらになるか。

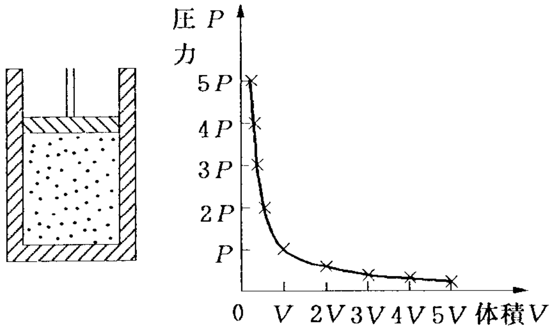
〔　　　　　〕

(4) 断面積が一定のシリンダーに，なめらかに動くピストンを取りつけ，そのシリンダー内に一定質量の気体を入れた。

この気体の温度を一定に保ちながら，圧力 P と体積 V との関係をグラフ化すると，右図のようなグラフが得られた。

このグラフの P，V の値を読みとり，次の P，V の表に記入し，そのときの圧力 P と体積 V の積 PV も表に記入しなさい。

また，この表から，P，V の関係についてどのようなことがいえるか述べなさい。



圧力P	$5P$	$4P$	$3P$	$2P$	P	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{3}$	$\frac{P}{4}$	$\frac{P}{5}$
体積V	$\frac{V}{5}$	$\frac{V}{4}$	$\frac{V}{3}$				$3V$		
PV									

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

2 (7712) E03

次の問いに答えなさい。ただし，1〔atm〕$=1.0\times10^5$〔N/m^2〕としなさい。

(1) 温度一定のもとで，圧力が 2.0 atm，体積 3.0 l の気体の圧力を 1.5 atm にした。このとき，気体の体積は何 l になるか。

〔　　　　　　〕

(2) 圧力が 1.2×10^5 N/m^2 の気体 0.20 m^3 を，温度一定のまま体積を 0.50 m^3 にした。このとき，気体の圧力は何 N/m^2 になるか。

〔　　　　　　〕

(3) 圧力が 1.5 atm の気体 2.0 m^3 を，温度一定のまま圧力を 1.0×10^5 N/m^2 にした。このとき，気体の体積は何 m^3 になるか。

〔　　　　　　〕

(4) 圧力が 2.0×10^5 N/m^2 の気体 2.0 l を，温度一定のまま体積を 1.0 m^3 にした。このとき，気体の圧力は何 N/m^2 になるか。

〔　　　　　　〕

(5) 圧力が 1.8 atm の気体 0.50 l を，温度一定のまま圧力を 5.0×10^4 N/m^2 にした。このとき，気体の体積は何 m^3 になるか。

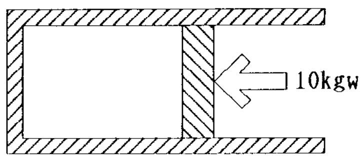
〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7720)

●例題の視点　　こんどは，気体に加える圧力にいろいろな条件をあたえて，気体の温度が一定のもとでの圧力と体積の関係を調べる。この例題では，とくに圧力について注意して考えてみよう。圧力は，あくまで単位面積に作用する力の大きさであることに注意すること。

基本例題　ピストン内に閉じこめられた気体

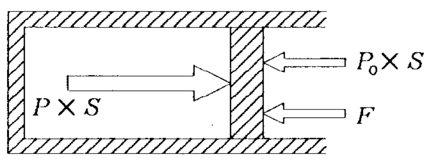
断面積が40 cm^2 のなめらかに動くピストンのついたシリンダーに，1 atm の空気2.0 l を入れて水平に置き，ピストンに10 kgw の力を加えた。空気の体積はいくらになるか。ただし，空気の温度は変わらないものとし，このときの大気圧は1 atm であるとする。なお，重力加速度の大きさを9.8〔m/s^2〕，1〔atm〕$=1.01\times10^5$〔N/m^2〕であるとして，有効数字2桁で答えなさい。



●この問題でピストンは静止しているから，ピストンに作用する力はつりあっている。
●ピストンの内部の気体の圧力を P〔N/m^2〕，ピストンの断面積を S〔m^2〕とすると，内部の気体がピストンをおす力は，PS〔N〕である。
●ピストンの右側からは，10 kgw の外力のほかに大気圧による力がはたらいている。大気圧を P_0，外力を F とすれば，外からピストンに加わる力は，
$$P_0S+F$$
である。

■■考え方■■

ピストンに作用する力はつりあっているから，ピストンの断面積を S，内部の気体の圧力を P，大気圧を P_0，外力を F とすると，右の図より，



$$P\times S=P_0\times S+F$$
が成り立つ。この式の両辺を S で割ると，
$$P=P_0+\frac{F}{S}$$
この式の左辺は，内部の気体からピストンにはたらく圧力であり，右辺は，大気圧とピストンに加えた力 F による圧力の和である。よって，この場合は，

(内部の気体からはたらく圧力)＝(外からはたらく圧力)

となっている。

一方，ボイルの法則より，もとの気体の体積を V_1，圧力を P_1，おしこめられたときの気体の体積を V，圧力を P とすると，
$$P_1V_1=PV$$
が成り立つ。これより，V を求める。

この問題では力がkgw，圧力がatm であたえられているので，それぞれ N，N/m^2 に換算する必要がある。

■■解　答■■

シリンダー内の気体の圧力を P，大気圧を P_0，ピストンに外から加えた力を F，また，ピストンの断面積を S とすれば，ピストンに作用する力はつりあっているから，

$$PS=P_0S+F$$

$$\therefore \quad P=P_0+\frac{F}{S}$$

となる。これに $P_0=1\times1.01\times10^5$〔$N/m^2$〕，$F=10\times9.8$〔N〕，$S=40\times10^{-4}$〔$m^2$〕を代入すると，

➲ 1〔m^2〕$=(100)^2$〔cm^2〕$=10^4$〔cm^2〕より，1〔cm^2〕$=10^{-4}$〔m^2〕

$$P=1\times1.01\times10^5+\frac{10\times9.8}{40\times10^{-4}}=1.01\times10^5+2.45\times10^4$$

$$=1.255\times10^5〔N/m^2〕$$

となる。

温度一定であるから，ボイルの法則より，求める体積を V〔l〕とすると，

$$1\times1.01\times10^5\times2.0=1.255\times10^5\times V$$

$$\therefore \quad V=\frac{1\times1.01\times2.0}{1.255}=1.60\cdots\fallingdotseq1.6〔l〕$$

答え　1.6 l

➲ $\frac{F}{S}=2.45\times10^4$〔$N/m^2$〕と 1〔atm〕$=1.01\times10^5$〔$N/m^2$〕を利用して，次のように圧力をatmとして答えを求めてもよい。

$$\frac{F}{S}=\frac{2.45\times10^4}{1.01\times10^5}=2.425\cdots\times10^{-1}〔atm〕$$

よって，　$P\fallingdotseq1+0.243=1.243$〔atm〕

ボイルの法則より，

$$1\times2.0=1.243\times V$$

$$\therefore \quad V=\frac{2}{1.243}=1.60\cdots\fallingdotseq1.6〔l〕$$

□ここがポイント!□

◆ピストンに作用する力のつりあいで考えること。圧力×面積 が圧力による力の大きさになる。
◆ピストンで密閉されている容器内の気体の圧力 P は，ピストンに加わる外力による圧力 $\frac{F}{S}$ と大気圧 P_0 との和に等しい。

$$P=P_0+\frac{F}{S}$$

◆単位は必ず統一して使うこと。圧力は N/m^2，あるいはatmのどちらかに統一する。

1　(7721)　E03

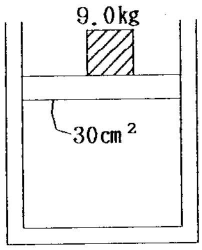
ある一定質量の気体を，断面積が $50\ cm^2$ のなめらかに動くピストンのついたシリンダー内に入れてシリンダーを水平に置いたとき，シリンダー内の気体の体積は 1.0 l であった。

次に，その状態でピストンに 15 kgw の力を加えた。このとき，おしこめられた気体の圧力〔N/m^2〕，および体積〔l〕はそれぞれいくらか。ただし，重力加速度の大きさは $9.8\ m/s^2$，大気圧は $1.01\times10^5\ N/m^2$ で，気体の温度はつねに一定であったとする。有効数字2桁で答えなさい。

圧力〔　　　　　　　　　　〕　体積〔　　　　　〕

2 (7722) E03

右の図のように，ある一定質量の気体を閉じこめたシリンダーを鉛直に立てて，ピストンの上に質量9.0 kg のおもりをのせたところ，気体の体積は 5.0×10^{-3} m^3 になった。このときの大気圧を 1.0×10^5 N/m^2，ピストンの断面積を 30 cm^2，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2，ピストンの質量は無視できるものとして，次の問いに答えなさい。



(1) 閉じこめられた気体の圧力は何 N/m^2 か。

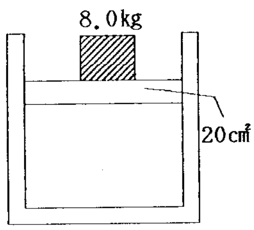
〔　　　　　　　　〕

(2) 次に，静かにピストン上のおもりを取り除いた。気体の体積は何 m^3 になるか。ただし，気体の温度は変化しなかったものとする。

〔　　　　　　　　〕

3 (7723) E03

右の図のように，断面積が 20 cm^2 の円筒形の容器の中に，なめらかに動き重さの無視できるピストンにより大気中で一定質量の気体を閉じこめ，ピストンの上に質量8.0 kg のおもりをのせたところ，気体の体積は 6.0×10^{-3} m^3 になった。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，大気圧を 1.0×10^5 N/m^2，重力加速度の大きさを $g=9.8$ 〔m/s^2〕とする。



(1) 閉じこめられた気体の圧力は何 N/m^2 か。

〔　　　　　　　　〕

(2) 次に，静かにおもりを取り除いた。気体の体積は何 m^3 になるか。ただし，気体の温度は変化しないものとする。

〔　　　　　　　　〕

(3) 気体の体積をはじめの半分にするには，何 kg のおもりをのせればよいか。ただし，気体の温度は変化しなかったものとする。

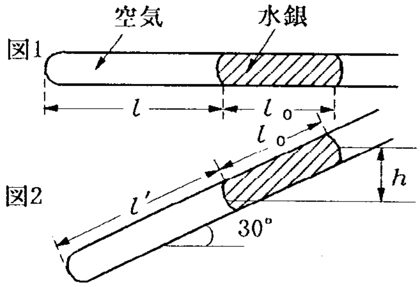
〔　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7730)

● 例題の視点　　ボイルの法則をいっそう深く理解するための発展問題である。トリチェリーの実験から，大気圧は向きによらず一定であること，容器内の気体の圧力は，大気圧と水銀柱による圧力の和に等しいことを理解することがポイントである。

基本例題　閉じこめられた気体の圧力と体積

一方が閉じた太さが一様なガラス管の中に空気を入れ，長さ $l_0=10$〔cm〕の水銀柱で外気をさえぎった。このときの大気圧 P_0 は76 cmHgとして，次の問いに答えなさい。



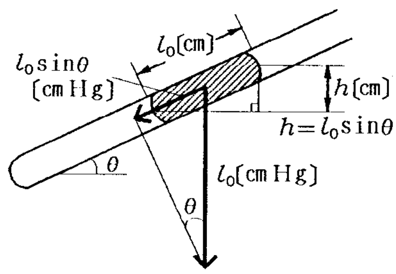
(1) 図1のように，ガラス管を水平に置くと，閉じこめられた空気柱の長さ l は20 cmであった。空気柱の圧力は何cmHgか。

(2) 次に，図2のようにガラス管を水平方向と30°の角度をなすように傾けた。閉じこめられた気体の圧力 P'〔cmHg〕と気柱の長さ l'〔cm〕を求めなさい。このとき，気柱の温度はつねに一定であるとする。

● 長さ l_0〔cm〕の鉛直な水銀柱による圧力は l_0〔cmHg〕である。

● ガラス管が水平のとき，水銀柱にはたらく重力の水平方向成分は0だから，水銀柱が内部の気体におよぼす力は0である。

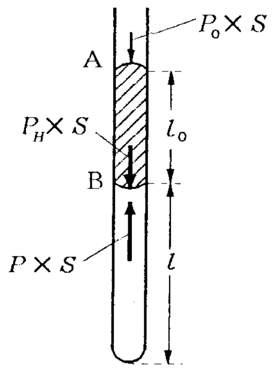
● 右図のように，水平面と θ の角で傾いているガラス管内の長さ l_0 の水銀柱による圧力は，$l_0\sin\theta$〔cmHg〕となる。



➲圧力は力と同じではないが，この場合，ガラス管の太さ（断面積）が等しいので，l_0〔cmHg〕の圧力による鉛直方向の力（断面積を S とすると l_0S）と，傾けたときの圧力による力（$l_0\sin\theta\cdot S$）のように，斜面での力の分解と同様に圧力の分解を考えることができる。

■■考え方■■

ガラス管の断面積を S，ガラス管に閉じこめられた気体の圧力を P，大気圧を P_0，水銀柱により右図のB点にはたらく圧力を P_H とする。右の図のように鉛直に立てた場合，Bの境界面にはたらく力のつりあいを考えると，下向きに大気圧による力 P_0S と水銀柱の重さによる力 P_HS がはたらき，これらの和と，閉じこめられた気体による上向きの力 PS がつりあっている。よって，



$$PS=P_0S+P_HS$$

$$\therefore\quad P=P_0+P_H$$

これは，Bの境界面にはたらく圧力が等しいと考えても同じことになる。

(1) 図1のように水平に置いた場合，$P_H=0$ となる。

(2) 図2のように置いた場合，水平方向と θ の角で傾いている長さ l_0〔cm〕の水銀柱に

よる圧力 P_H は，

$$P_H = l_0\sin\theta \ [\mathrm{cmHg}]$$

一方，圧力 P_1 のとき体積 V_1 の気体は，温度一定で圧力を P_2 としたときの体積を V_2 とすると，ボイルの法則より，

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

この場合，ガラス管の断面積は一様だから管内の気体の体積は長さ l に比例する。

■■解　答■■

(1) 管が水平であるから，考え方のように $P_H=0$ である。よって，

$$P = P_0 = 76 \ [\mathrm{cmHg}]$$

答え　76 cmHg

(2) $\theta = 30^\circ$ のとき，水銀柱の鉛直方向の高さ h は，

$$h = l_0\sin 30^\circ = 10\times\frac{1}{2} = 5.0 \ [\mathrm{cm}]$$

このときの管内の空気の圧力 P' は大気圧 P_0 と水銀柱による圧力 P_H の和に等しく，$P_H = l_0\sin 30^\circ$ [cmHg] であるから，

$$P' = P_0 + P_H = 76 + 5.0 = 81 \ [\mathrm{cmHg}]$$

断面積は一様であるから管内の気体の体積は空気柱の長さに比例するので，ボイルの法則の V を l と置きかえてもよい。したがって，

$$Pl = P'l' \qquad \therefore \quad l' = \frac{P}{P'}l = \frac{76}{81}\times 20 = 18.7\cdots \fallingdotseq 19 \ [\mathrm{cm}]$$

答え　P'…81 cmHg，l'…19 cm

□ここがポイント!□

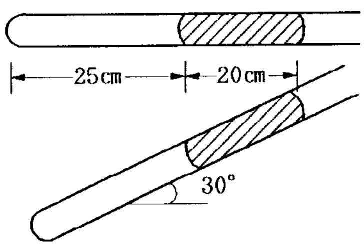
◆閉じこめられた気体が水銀柱をおす力と，水銀柱が閉じこめられた気体をおす力のつりあいを考える。このとき，大気圧による力を忘れてはならない。境界面にはたらく圧力の大きさが等しいと考えてもよい。

◆水平方向となす角が θ で長さ l [cm] の水銀柱が，その底面におよぼす圧力 P は，次の式で表される。

$$P = l\sin\theta \ [\mathrm{cmHg}]$$

1　(7731)　E03

水平に置かれた太さが一様なガラス管の中に長さ 20 cm の水銀柱で長さ 25 cm の空気柱をつくった。このガラス管を水平面から 30° の角で開いた口を上向きに傾けた。このときの空気柱の圧力とその長さを求めなさい。ただし，大気圧は 76 cmHg とし，気柱の温度は一定であったとする。

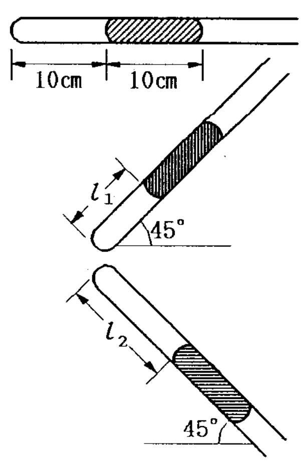


圧力〔　　　　　　〕
長さ〔　　　　　　〕

2 (7732) E03

図(a)のように，水平に置かれた太さが一様なガラス管の中に，長さ 10 cm の水銀柱で長さ 10 cm の空気柱をつくった。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，大気圧は 76 cmHg で，空気柱の温度は一定であったとする。

(a) (b) (c)



(1) 図(b)のように，ガラス管を水平面から45°の角で開いた口を上向きに傾けた。空気柱の圧力とその長さ l_1 はいくらか。

圧力〔　　　　　　　　〕
長さ〔　　　　　　　　〕

(2) 図(c)のように，ガラス管を水平面から45°の角で開いた口を下向きに傾けた。空気柱の圧力とその長さ l_2 はいくらか。

圧力〔　　　　　　　　〕
長さ〔　　　　　　　　〕

§4 シャルルの法則

E04

一定質量の気体が圧力一定のもとでは，その体積と温度の間にシャルルの法則という関係があります。このセクションでは，その関係とはどのようなものであるかを学習していきます。ここで学ぶシャルルの法則は，ボイルの法則とともに，気体についての基本的な法則ですから，きちんと理解しておきましょう。

◇考え方のポイント◇

◆シャルルの法則

一定質量の気体の体積は圧力一定のもとでは，温度が1 °C 変化すると，0 °C のときの体積 V_0 の $\frac{1}{273}$ ずつ変化する。すなわち，t〔°C〕のときの体積 V は，

$$V = V_0\left(1 + \frac{t}{273}\right)$$

また，これは圧力一定のもとでは，“一定質量の気体の体積 V は絶対温度 T に比例する”といえる。これを式で示すと，次のようになる。

$$\frac{V}{T} = 一定$$

◆気体の密度と体積と重さ

一定質量の気体の密度を ρ〔kg/m^3〕，体積を V〔m^3〕，質量を m〔kg〕とすると，

$$\rho V = m\ (一定)$$

の関係がある。

また，圧力一定のもとで，気体の密度 ρ と絶対温度 T の間には，

$$\rho T = 一定$$

の関係がつねに成り立つ。

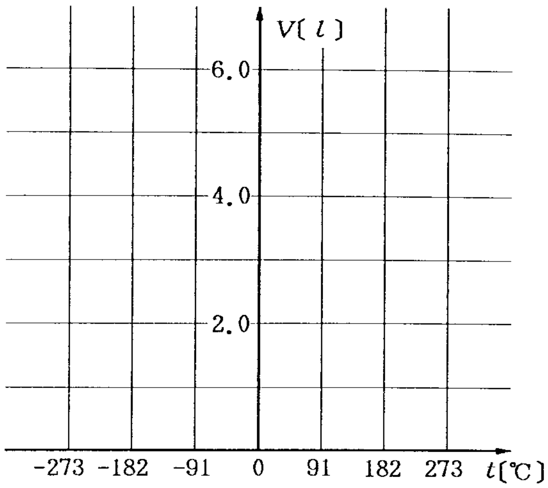
◆物体の浮力

密度 ρ〔kg/m^3〕の気体または液体中の体積 V〔m^3〕の物体は，大きさ $\rho V g$〔N〕の上向きの浮力を受ける（アルキメデスの原理）。

1 (0014) [ ] ➡類題 7740 シャルルの法則

ある気体を容器に入れ，圧力を一定に保ちながら温度を $-91\ ^\circ C$ からゆっくり上げていき，温度と体積を調べたら次の表のようになった。
このとき，あとの問いに答えなさい。

温度〔°C〕	−91	0	91	182	273
体積〔l〕	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0



(1) 表から，$-91\ ^\circ C$ 以上の範囲での気体の温度と体積の関係を表すグラフを右にかきなさい。

(2) グラフと傾きから，気体の温度が $1\ ^\circ C$ 上がると体積は何 l ふえるか求めなさい。有効数字 2 桁で答えなさい。

〔　　　　　　　〕

(3) (2)で求めた量は，$0\ ^\circ C$ のときの体積の何分の 1 か。

〔　　　　　〕

(4) グラフから，このまま温度を下げていったとき，気体の体積が 0 になるとしたら，そのときの温度は何 °C になるか求めなさい。

〔　　　　　〕

2 (0015) [ ] ➡類題 7750 シャルルの法則

圧力一定のもとで，$0\ ^\circ C$ のとき $3.0\ m^3$ の気体を $100\ ^\circ C$ にすると，体積はいくらになるか。

〔　　　　　〕

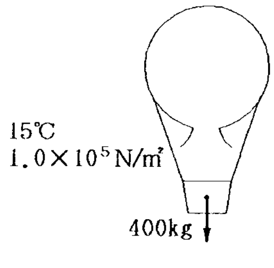
3 (0016) [ ] ➡類題 7760 気体の体積，温度と密度の関係

ある気体の温度が $127\ ^\circ C$ のとき，密度は $0.40\ kg/m^3$ であった。圧力はそのままで温度が $27\ ^\circ C$ になると密度はいくらになるか。

〔　　　　　〕

4 (0017) [ ] ➡類題 7770 気体の密度と物体が上向きに受ける力

下方に小穴をあけ，気球内の空気を加熱できるようにした熱気球がある。気温 $15\ ^\circ C$, 大気圧 $1.0\times10^5\ N/m^2$ の空気の密度を $1.2\ kg/m^3$ とするとき，全質量 400 kg の熱気球の内部温度を $42\ ^\circ C$ にして上昇させるためには，熱気球の体積をいくら以上にすればよいか。ただし，ロープと下のかごの部分の体積は無視できるものとする。



〔　　　　　　　〕

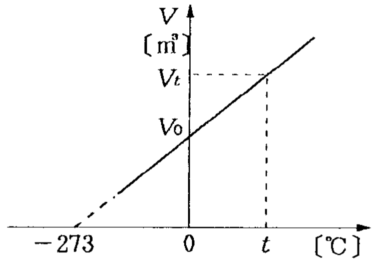
類題トレーニング(7740)

●学習の視点　　気体の状態変化において，気体の圧力が一定のもとで，その体積と温度はどのような関係にあるかを学ぶことが，ここでの学習のポイントである。

テーマ　シャルルの法則

●一定質量の気体の圧力を一定に保ち，体積 V〔m³〕と温度 t〔°C〕の関係を調べてみると，温度変化に比例して増減する。

くわしく調べると，気体の体積はその種類に関係なく，圧力一定のもとでは，温度 1 °C 上昇させるごとに，0 °C のときの体積の $\frac{1}{273}$ ずつ増加する。



【シャルルの法則】

一定質量の気体は圧力一定のもとでは，温度が 1 °C 変化すると，0 °C のときの体積の $\frac{1}{273}$ ずつ変化する。これを「シャルルの法則」という。

【絶対温度とシャルルの法則】

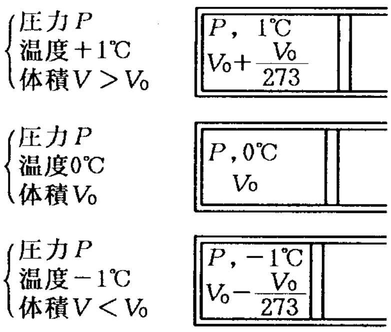
絶対温度 T〔K〕のときの気体の体積を V とすると，シャルルの法則は次のように表せる。

$$\frac{V}{T}=\text{一定}$$

すなわち，圧力一定のもとでは，一定質量の気体の体積は絶対温度に比例する。

■■説　明■■

●温度変化とシャルルの法則　　シリンダー内の気体の圧力を一定に保ちながら，温度を t〔°C〕上昇させると，シャルルの法則から体積は，0 °C のときの体積を V_0 として，



$$V_0\times\frac{t}{273}$$

だけ増加する。したがって，t〔°C〕のとき，体積が V になったとすると，

$$V=V_0+V_0\times\frac{t}{273}=V_0\left(1+\frac{t}{273}\right)$$

$$=V_0\left(\frac{273+t}{273}\right)$$

$273+t=T$，$273=T_0$ とおくと，

$$V=V_0\left(\frac{273+t}{273}\right)=V_0\frac{T}{T_0}$$

これより，$\frac{V}{T}=\frac{V_0}{T_0}=\text{一定}$ が導かれる。この法則も実験から得られた法則で，フランスの科学者シャルルにより発見されたことから，「シャルルの法則」とよばれている。

1 (7741) E04

次の問いに答えなさい。

(1) 圧力一定のもとでは，一定質量の気体の体積は絶対温度に比例する。これを何の法則というか。

〔　　　　　　　　　〕

(2) 圧力一定のもとでは，一定質量の気体の体積は，温度が1 °C 変化すると，0 °C のときの体積の何分のいくつ変化するか。

〔　　　　　　　　　〕

(3) 100 °C は絶対温度でいくらか。

〔　　　　　　　　　〕

(4) 圧力一定のもとで，絶対温度 T〔K〕のとき体積 V〔m^3〕の一定質量の気体が，温度が T'〔K〕になったときの体積 V'〔m^3〕を T，V，T' を使って表しなさい。

〔　　　　　　　　　〕

2 (7742) E04

一定質量の気体の温度と体積について，次の問いに答えなさい。

(1) 圧力一定のもとで，t〔°C〕のとき体積 V〔m^3〕の気体は，温度が t'〔°C〕になるとその体積はいくらか。

〔　　　　　　　　　〕

(2) 圧力一定のもとで，0 °C のとき体積 V〔m^3〕の気体が，体積 $2V$〔m^3〕になるのは，何 °C のときか。また，その温度は絶対温度ではいくらか。

温度〔　　　　　　　〕　絶対温度〔　　　　　　　〕

(3) 圧力一定のもとで，0 °C のとき体積 V〔m^3〕の気体が，体積 $\frac{V}{2}$〔m^3〕になるのは，何 °C のときか。また，その温度は絶対温度ではいくらか。

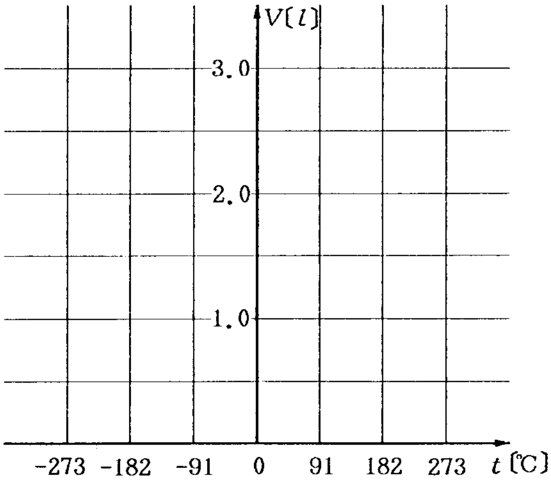
温度〔　　　　　　　〕　絶対温度〔　　　　　　　〕

3 (7743) E04

ある気体を容器に入れ，圧力を一定に保ちながら温度を −91 °C からゆっくり上げていき，温度と体積を調べたら次の表のようになった。

このとき，あとの問いに答えなさい。

温度〔°C〕	−91	0	91	182	273
体積〔l〕	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0



(1) 表から，−91 °C 以上の範囲での気体の温度と体積の関係を表すグラフを右にかきなさい。

(2) グラフと傾きから，気体の温度が 1 °C 上がると体積は何 l ふえるか求めなさい。有効数字2桁で答えなさい。

〔　　　　　　　　　〕

(3) (2)で求めた量は，0 °C のときの体積の何分の1か。

〔　　　　　　　　　〕

(4) グラフから，このまま温度を下げていったとき，気体の体積が0になるとしたら，そのときの温度は何 °C になるか求めなさい。

〔　　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7750)

●例題の視点　　圧力が一定のもとでは，気体の体積と絶対温度が比例する関係を考えることがポイントである。

基本例題　シャルルの法則

圧力を一定にして，4.5 m^3 の気体の温度を 27 ˚C から 87 ˚C まで上昇させると，体積はいくらになるか求めなさい。

●圧力一定のもとでの変化だからシャルルの法則を使って，変化後の気体の体積を求める問題である。
●シャルルの法則を使う計算では，温度は絶対温度の単位を使う。

■■考え方■■

圧力一定のとき，温度 T_1，体積 V_1 の気体の温度が T_2 になったときの体積を V_2 とすると，

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$$

の関係がある。

絶対温度 T〔K〕とセ氏温度 t〔˚C〕の関係は，次の式で表される。

$$T=t+273$$

■■解　答■■

圧力一定だから，温度 T_1，体積 V_1 の気体の温度が T_2，体積が V_2 になったとすると，シャルルの法則より，

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$$

$T_1=27+273=300$〔K〕，$V_1=4.5$〔m^3〕，$T_2=87+273=360$〔K〕だから，

$$V_2=\frac{V_1}{T_1}\cdot T_2=\frac{4.5}{300}\times 360=5.4\ [\mathrm{m^3}]$$

答え　5.4 m^3

□ここがポイント！□

◆シャルルの法則を使うとき，温度の単位は絶対温度を使う。t〔˚C〕を絶対温度になおすときは，次の式を使う。

$$T=t+273$$

1　(7751)　E04

圧力一定にし，4.2 m^3 の気体の温度を −13 ˚C から，47 ˚C まで上げた。次の問いに答えなさい。

(1)　−13 ˚C，47 ˚C は絶対温度になおすと何 K になるか。

−13 ˚C〔　　　　　〕 47 ˚C〔　　　　　〕

(2)　シャルルの法則を使って，温度が 47 ˚C になったときの気体の体積を求めなさい。

〔　　　　　〕

2 (7752) E04

一定質量の気体の温度と体積について，次の問いに答えなさい。有効数字２桁で答えなさい。

(1) 圧力一定のもとで，0 °C のとき 1.0 m^3 の気体の温度を 100 °C にすると，体積はいくらになるか。

〔　　　　　　　〕

(2) 圧力一定のもとで，100 °C のとき 2.0 m^3 の気体が，1.0 m^3 になるのは何 °C のときか。

〔　　　　　　　〕

(3) 圧力一定のもとで，27 °C のとき 1.0 m^3 の気体が，0.80 m^3 になるのは何 K のときか。

〔　　　　　　　〕

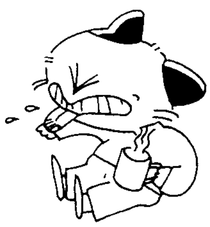
(4) 圧力一定のもとで，127 °C のとき 1.0 m^3 の気体が，10 °C になると体積はいくらになるか。

〔　　　　　　　〕

3 (7753) E04

圧力を 1.0 atm に保って一定質量の気体を 27 °C から 87 °C まで加熱する，体積は何倍になるか。答えは分数のまま答えなさい。

〔　　　　　　　〕



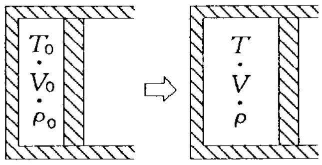
類題トレーニング(7760)

● 例題の視点　　次の例題は，圧力一定のもとで容器内の気体の温度を変化させたときの体積と密度を求める問題である。一定質量の気体の圧力一定のもとでの温度と体積の関係，気体の質量と体積，密度の関係がポイントである。

基本例題　気体の体積，温度と密度の関係

温度が T_0〔K〕，体積が V_0〔m³〕，密度が ρ_0〔kg/m³〕の気体が，圧力一定のもとで温度 T〔K〕になると体積 V はいくらになるか。

また，温度が T になると，密度 ρ はいくらになるか。



● 圧力一定の変化だから，この気体はシャルルの法則にしたがう。

● 質量 m〔kg〕，体積 V〔m³〕の物体の密度 ρ は，$\rho=\dfrac{m}{V}$〔kg/m³〕である。

■■考え方■■

温度 T_0 のとき体積 V_0 の気体が，温度 T のとき体積 V になったとすると，圧力一定のもとでは，シャルルの法則より，

$$\frac{V_0}{T_0}=\frac{V}{T}$$

体積 V_0，密度 ρ_0 の気体が，体積が V になったときの密度を ρ とすれば，質量 m は一定だから，

$$\rho_0V_0=\rho V=m$$

これらのことから，変化後の体積や密度を求める。

■■解　答■■

圧力一定だから，シャルルの法則より，　$\dfrac{V_0}{T_0}=\dfrac{V}{T}$

これを V について解くと，　$V=\dfrac{T}{T_0}V_0$〔m³〕　………①

体積と密度の関係より，　$\rho_0V_0=\rho V$　………②

①を②に代入すると，

$$\rho_0V_0=\rho V=\rho\times\frac{T}{T_0}V_0 \qquad \therefore\ \rho_0=\frac{T}{T_0}\rho$$

よって，　$\rho=\dfrac{T_0}{T}\rho_0$〔kg/m³〕

➲つまり，$\rho_0T_0=\rho T=$ 一定 の関係となる。

答え　$V\cdots\dfrac{T}{T_0}V_0$〔m³〕，$\rho\cdots\dfrac{T_0}{T}\rho_0$〔kg/m³〕

□ここがポイント!□

◆体積 V_0〔m³〕，密度 ρ_0〔kg/m³〕の気体の体積が V〔m³〕になったときの密度を ρ〔kg/m³〕とすると質量 m〔kg〕が一定だから，　$\rho_0V_0=\rho V=m$

◆圧力一定のもとで，温度 T_0〔K〕，体積 V_0〔m³〕の気体が温度 T〔K〕，体積 V〔m³〕

になったとき，次の関係がある。

$$\frac{V_0}{T_0}=\frac{V}{T}$$

1 (7761) E04

温度 T_0〔K〕のとき体積 V_0〔m³〕，密度 ρ_0〔kg/m³〕の気体の温度を圧力一定のもとで T〔K〕にした。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 温度 T〔K〕のときの体積はいくらか。

〔　　　　　　　　　　〕

(2) この気体の質量を m〔kg〕とするとき，m を ρ_0，V_0 を使って表しなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

(3) この気体の温度が T〔K〕のときの密度 ρ〔kg/m³〕を求めなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

2 (7762) E04

気体が，圧力一定のもとで次のように変化するときの，気体の密度や温度を求めなさい。有効数字2桁で答えなさい。

(1) 圧力一定のもとで，ある気体が温度127°Cのとき，体積1.0 m³，密度0.20 kg/m³であったが，その温度が−10°Cになると体積はいくらになるか。また，密度はいくらになるか。

体積〔　　　　　　　　〕

密度〔　　　　　　　　〕

(2) ある気体の温度が27°Cのとき，密度は0.90 kg/m³であった。圧力はそのままで温度が177°Cになると密度はいくらになるか。

〔　　　　　　　　〕

3 (7763) E04

気体が圧力一定のもとで変化したとき，次の問いに答えなさい。(2)，(3)は有効数字2桁で答えなさい。

(1) T_0〔K〕のとき密度 ρ_0〔kg/m³〕であった気体を，圧力一定のもとで変化させたら，気体の温度が T_1〔K〕のとき密度が ρ_1〔kg/m³〕になった。このとき，T_0，ρ_0，T_1，ρ_1 の関係を式で表しなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

(2) 0°Cで1 atmの空気の密度は1.3 kg/m³である。空気の密度が1.0 kg/m³になるのは圧力が1 atmで，何°Cのときか。

〔　　　　　　〕

(3) (2)で空気の密度が1.5 kg/m³になるのは圧力が1 atmで，何°Cのときか。

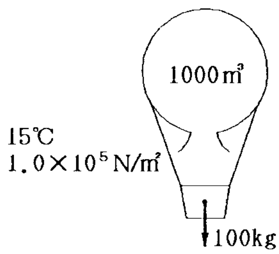
〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7770)

● 例題の視点　　次の例題は，気球内の気体の温度による密度の変化と空気による浮力の関係を調べる問題で，気球がなぜ空中に浮くのか考えてみよう。気球の口は開いているので，内部の気体は熱するとシャルルの法則にしたがって膨張し，気球からはみ出ること，浮力はおしのけた空気の体積の分だけはたらくが，気球の体積は変わらないので，浮力は一定であることを見ぬくことがポイントである。

基本例題　気体の密度と物体が上向きに受ける力

内容積が1000 m^3，全質量が100 kg の，下方に小穴のある気球がある。いま，15 °C，1.0×10^5 N/m^2 の大気中で，この気球内の空気を加熱して，気球を空中に浮かせたい。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，ロープと下のかごの部分の体積は無視できるものとする。



(1) 温度が t_0〔°C〕のときの大気の密度を ρ_0〔kg/m^3〕とすると，気球内の温度が t〔°C〕になると，この空気の密度はいくらになるか。

(2) 気球は1000 m^3 の体積の大気の重さに等しい上向きの力（浮力）を受けるが，気球内の温度が何 °C 以上になると空中に浮くか。15 °C のときの大気の密度を1.2 kg/m^3 として求めなさい。

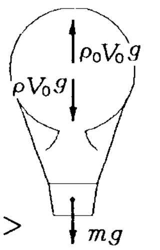
● 気球は下が開いているので，熱すると内部の気体は膨張して外へ逃げるが，内部の圧力はつねにまわりの大気圧と大きさが等しい。

■■考え方■■

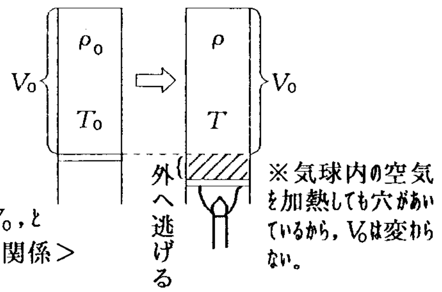
気球には穴があいているので，気球内の圧力は大気圧と同じ大きさである。圧力が一定のもとでは，密度 ρ と絶対温度 T の間には，$\rho T=$ 一定 の関係が成り立つ。

よって，温度 T_0〔K〕のとき密度 ρ_0〔kg/m^3〕の気体の温度を T〔K〕にしたときの密度を ρ〔kg/m^3〕とすれば，

$$\rho_0 T_0=\rho T$$



<気球にはたらく力>



<ρ_0, T_0, V_0，と ρ, T, V_0 の関係>

気球の体積を V_0〔m^3〕，質量を m〔kg〕とすると，気球内の空気の質量も気球の質量の一部だから，気球内の空気の密度が ρ〔kg/m^3〕のとき，気球全体にはたらく下向きの力 F_1 は，重力加速度を g〔m/s^2〕とすると，

$$F_1=\rho V_0 g+mg$$

また，気球は気球全体の体積と同じ体積の大気の重さに等しい上向きの力，つまり浮力を受ける。これを「アルキメデスの原理」という。大気の密度を ρ_0 とすると，気球にはたらく浮力 F_2 は，

$$F_2=\rho_0 V_0 g$$

したがって，$F_2 \geqq F_1$ となれば気球は空中に浮く。よって，2力がつりあうときには，

$$\rho_0 V_0 g = \rho V_0 g + mg$$

となる。この問題では，問題文に大気圧の大きさがあたえられているが，大気圧一定として解くので，その数値を用いなくてよいことになる。

➡ $\rho_0 V_0 g \geqq \dfrac{T_0}{T}\rho_0 V_0 g + mg$ のとき，気球は空中に浮くわけだが，この式の右辺の第1項は，$\dfrac{1}{T}$ に比例している。

つまり，絶対温度（気球内の温度と考えてよい）が高いほど，右辺の第1項の値は小さくなる。したがって，気球内の温度が高くなると，気球にはたらく下向きの力が小さくなる（気球にはたらく上向きの力が大きくなると考えてもよい）ので，気球は空中に浮くのである。

■■解　答■■

(1)　t_0〔°C〕，t〔°C〕のときの大気の密度をそれぞれ ρ_0, ρ とすれば，$T_0 = 273 + t_0$〔K〕，$T = 273 + t$〔K〕であるから，$\rho_0 T_0 = \rho T$ より，

$$\rho = \frac{T_0}{T}\rho_0 = \frac{273 + t_0}{273 + t}\rho_0 \text{〔kg/m}^3\text{〕}$$

答え　$\dfrac{273 + t_0}{273 + t}\rho_0$〔kg/m³〕

(2)　気球全体にはたらく下向きの力を F_1 とすると，

$$F_1 = \rho V_0 g + mg$$

気球が受ける上向きの浮力を F_2 とすると，大気の密度が ρ_0 のとき，気球の体積が V_0 であるから，

$$F_2 = \rho_0 V_0 g$$

ここで $F_2 \geqq F_1$ となれば，気球は空気中に浮く。2力がつりあうときは，$F_2 = F_1$ より，

$$\rho_0 V_0 g = \rho V_0 g + mg$$

$$\therefore \quad \rho_0 V_0 = \rho V_0 + m$$

ここで，(1)より，$\rho = \dfrac{273 + t_0}{273 + t}\rho_0$ であるから，これを代入すると，

$$\rho_0 V_0 = \frac{273 + t_0}{273 + t}\rho_0 V_0 + m$$

$$\therefore \quad t = \frac{(273 + t_0)\rho_0 V_0}{\rho_0 V_0 - m} - 273$$

ここで，$t_0 = 15$〔°C〕のとき，$\rho_0 = 1.2$〔kg/m³〕であり，$V_0 = 1000$〔m³〕，$m = 100$〔kg〕であるから，数値を代入すると，

$$t = \frac{(273 + 15) \times 1.2 \times 1000}{1.2 \times 1000 - 100} - 273$$

$$= 41.18\cdots \fallingdotseq 41 \text{〔°C〕}$$

よって，41°C 以上になれば気球は浮く。

答え　41°C

□ここがポイント！□

◆圧力一定のもとで，気体の密度 ρ と絶対温度 T の間には，次の関係がある。

$$\rho T = \text{一定}$$

◆密度 ρ の気体中で体積 V の物体の受ける浮力 F は，

$$F = \rho V g$$

1　(7771)　E04

内容積が V_0〔m³〕，全質量が m〔kg〕の，下方に小穴のある気球がある。いま，t_0〔°C〕のときの大気圧が P_0〔N/m²〕の大気中でこの気球内の空気を加熱して，気球を空中に浮かせたい。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，ロープと下のかごの部分の体積は無視できるものとする。

(1)　気球内の気体の密度 ρ と絶対温度 T の間にはどのような関係があるか。式で書きなさい。

〔　　　　　　　　〕

(2)　気球内の温度が t〔°C〕になると，この空気の密度 ρ はいくらになるか。ただし，t_0〔°C〕のときの大気の密度を ρ_0〔kg/m³〕とする。

〔　　　　　　　　〕

(3)　気球内の温度が t〔°C〕のとき，気球全体にはたらく下向きの力 F_1〔N〕を求める式を ρ，V_0，g を使って表しなさい。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。

〔　　　　　　　　〕

(4)　気球はその体積と同じ体積のまわりの大気の重さに等しい上向きの力（浮力）を受ける。その力の大きさを F_2〔N〕として，F_2 を求める式を，ρ_0，V_0，g を使って表しなさい。

〔　　　　　　　　〕

(5)　気球が空中に浮くときの気球内の温度 t〔°C〕を，ρ_0，V_0，m，t_0 を使って表しなさい。

〔　　　　　　　　〕

(6)　気球の内容積を 1000 m³，全質量を 150 kg とし，20 °C のときの大気の密度を 1.2 kg/m³ とすると，気球内の温度が何 °C 以上になると 20 °C の大気中に浮くか。有効数字 2 桁で答えなさい。

〔　　　　　　　　〕

2　(7772)　E04

内容積が 2000 m³，全質量が 200 kg の，下方に小穴のある気球がある。いま，10 °C，1.0×10^5 N/m² の大気中で，この気球内の空気を加熱して，気球を空中に浮かせたい。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，ロープと下のカゴの部分の体積は無視できるものとする。

(1)　気球内の温度が 67 °C になると，この空気の密度はいくらになるか。10 °C のときの大気の密度を 1.2 kg/m³ として求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

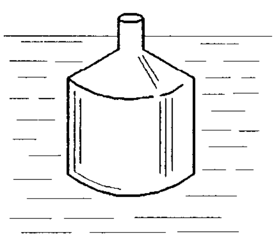
(2)　気球内の温度が何 °C 以上になると，気球は空中に浮くか。

〔　　　　　　　　〕

3　(7773)　E04

0 °C，1 atm の大気中にある容積 1.2 l の金属製の容器を 20 °C の水の中にその首を少し出して浸したとき，金属容器から逃げだす空気の量は何 g か。0 °C，1 atm の空気の密度は 1.3 kg/m³ とし，金属製の容器の膨張は無視する。有効数字 2 桁で答えなさい。

〔　　　　　　　　〕



4　(7774)　E04

フラスコが 5.0 °C，1.0 atm の室内に置かれている。このフラスコの首を少し出して 90 °C のお湯に浸したとき，フラスコから逃げ出す空気ははじめに容器にあった空気の何 % か。ただし，フラスコの温度変化による膨張や収縮はないものとする。　〔　　　　　　　　〕

§5 ボイル・シャルルの法則

E05

このセクションでは，一定質量の気体の圧力 P，体積 V，温度 T の間に成り立つ関係を総合的にとらえる学習をします。すなわち，温度一定のときに成り立つボイルの法則，圧力一定のときに成り立つシャルルの法則をまとめるとどうなるかを学習します。また，その結果を使って圧力と体積の変化を表すグラフから体積や圧力を読みとって温度を求めたり，水中の気泡の深さが変わったときの体積変化などを調べましょう。

◇考え方のポイント◇

◆ボイル・シャルルの法則

一定質量の気体の圧力 P，体積 V，絶対温度 T の間には，

$$\frac{PV}{T} = 一定$$

の関係がつねに成り立つ。これを「ボイル・シャルルの法則」という。

◆圧力と体積のグラフ

一定質量の気体の圧力と体積のグラフから，気体の圧力と体積の値を読みとり，1つの状態での温度がわかれば，ボイル・シャルルの法則を使って他の状態の温度を求めることができる。

また，グラフが体積の軸に平行なら圧力一定の変化なので，気体はシャルルの法則にしたがって変化する。

◆水中の気泡

水中の気泡の体積は，気体の質量が一定なのでボイル・シャルルの法則にしたがって変化する。このとき気泡の圧力は，その深さでの水圧と大気圧の和に等しくなっている。

水圧は，10 m 深くなるごとに 1 atm ずつ増すから，h〔m〕の深さにおける圧力 P〔atm〕は，大気圧を 1 atm とすると，

$$P = 1 + \frac{h}{10} \times 1 \text{〔atm〕}$$

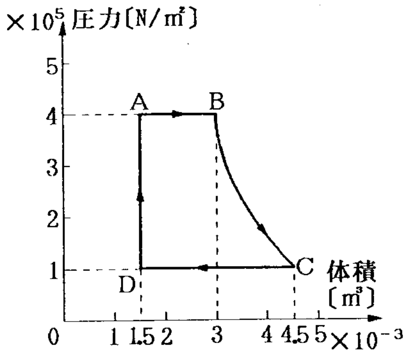
1 (0018) [ ] ➲類題 7780 ボイル・シャルルの法則

27°C で 2.0 atm の気体が 4.0 l ある。この気体を 127°C で 3.0 atm にすると，体積は何 l になるか。

〔　　　　　〕

2 (0019) ☐ ➲類題 7790 *P*－*V* グラフとボイル・シャルルの法則

右の図のように，一定質量の気体を状態 A（温度 10 °C）から，A→B→C→D→A の順に変化させた。このとき，次の問いに答えなさい。有効数字 2 桁で答えなさい。



(1) 状態 B での気体の絶対温度を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

(2) 状態 C での気体の絶対温度を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

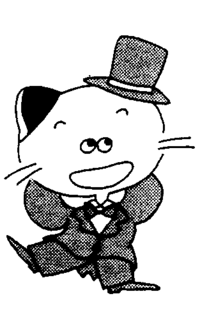
(3) 状態 D での気体の絶対温度を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

3 (0020) ☐ ➲類題 7800 水中での気体の体積

水面下 40 m に発生した，2.0 cm^3 のあわが，水面近くに達したときの体積は何 cm^3 になるか。ただし，水面下 40 m での水温は 6.0 °C で，水面近くでは 18 °C であったとする。また，大気圧は 1.0 atm であり，水中では 10 m 深くなるごとに 1.0 atm ずつ圧力が増加するものとする。

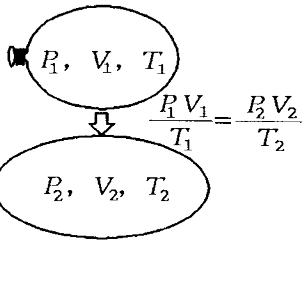
〔　　　　　　　〕



類題トレーニング(7780)

●学習の視点　　これまで学習したボイルの法則とシャルルの法則は，１つにまとめることができる。一定量の気体についての圧力 P，体積 V，それに絶対温度 T の間の関係を総合的にとらえることがここでのポイントである。

テーマ　ボイル・シャルルの法則



●一定質量の気体の圧力 P，体積 V，絶対温度 T の間には，まず，ボイルの法則で示されるように，温度一定のとき，

$$PV=一定$$

の関係があった。

●また，圧力一定のときは，シャルルの法則で示されるように，

$$\frac{V}{T}=一定$$

の関係があった。

●すなわち，温度一定のとき圧力 P と体積 V は反比例し，圧力一定のとき体積 V と絶対温度 T は比例するといえる。

●これらをまとめると，“一定質量の気体の体積と圧力の積は絶対温度に比例する”といえる。

【ボイル・シャルルの法則】

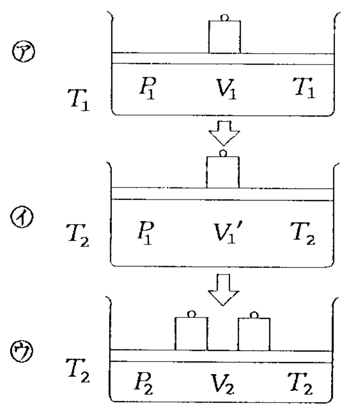
一定質量の気体の圧力 P，体積 V と絶対温度 T の間には，

$$\frac{PV}{T}=一定$$

の関係がある。これを「ボイル・シャルルの法則」という。

■■説　明■■

●ボイルの法則とシャルルの法則の合体



右図のように，圧力 P_1，体積 V_1，絶対温度 T_1 の状態㋐の気体が，圧力 P_1，体積 V_1'，絶対温度 T_2 の状態㋑になったとすると，圧力が P_1 で一定だから，シャルルの法則より，

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_1'}{T_2} \quad \cdots\cdots\cdots①$$

次に，状態㋑の気体が，圧力 P_2，体積 V_2，絶対温度 T_2 の状態㋒になったとすると，温度が T_2 で一定だからボイルの法則より，

$$P_1V_1'=P_2V_2 \quad \cdots\cdots\cdots②$$

①式より，　$V_1'=\frac{T_2}{T_1}V_1$　$\cdots\cdots\cdots①'$

これを②式に代入すると，　$P_1\times\frac{T_2}{T_1}V_1=P_2V_2$

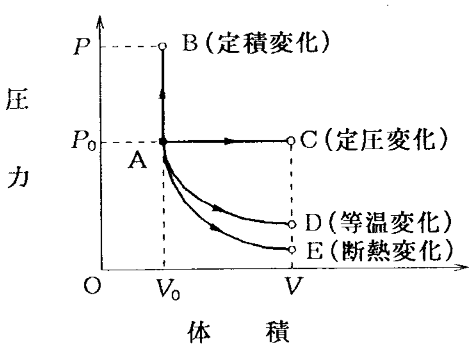
これより次の式が導かれる。　$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$

●単位について　　ボイル・シャルルの法則の式を使うときは，圧力・体積の単位をそ

れぞれ統一する必要がある。また，温度の単位は K としなければならない。

● 定圧変化・定積変化・等温変化・断熱変化

気体は，体積・圧力・温度が自由に変化できるので，気体の変化のしかたにはいろいろな場合が考えられる。



① 定圧変化

右図の A → C のように，圧力が一定のときの状態の変化を「定圧変化」といい，圧力を一定にしたまま気体の温度や体積を変化させる過程を「定圧過程」という。

➲定圧変化では，シャルルの法則が成り立つ。

② 定積変化

右図の A → B のように，体積が一定のときの状態の変化を「定積変化」といい，体積を一定にしたまま気体の温度や圧力を変化させる過程を「定積過程」という。

➲定積変化では，ボイル・シャルルの法則で考えること。

③ 等温変化

図の A → D のように温度が一定のときの状態の変化を「等温変化」といい，温度を一定に保ったまま気体の圧力や体積を変化させる過程を「等温過程」という。

➲等温変化では，ボイルの法則が成り立つ。

④ 断熱変化

図の A → E は，気体に熱が出入りしないようにして行った変化であり，「断熱変化」という。このように，気体に熱の出入りがないときでも，気体は仕事をされ，気体の温度が変化することがある。熱の出入りを断つという条件を「断熱条件」という。

たとえば，シリンダーに閉じこめられた気体をピストンでおして，断熱条件のもとで圧縮すると，気体は仕事をされて内部エネルギーが増加し，気体の温度が上昇する。このような圧縮法を「断熱圧縮」という。これと反対に，気体が断熱条件のもとで膨張すると，気体は外部に仕事をし，内部エネルギーが減るので，気体の温度は下がる。このような膨張のしかたを「断熱膨張」という。

➲内部エネルギーについては，セクション6でくわしく学習する。

---

1 (7781) E05

次の問いに答えなさい。

(1) 一定質量の気体の圧力 P，体積 V，絶対温度 T の間にはどのような関係があるか。式で表しなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

(2) (1)で求めたものは，何の法則というか。

〔　　　　　　　　　　〕

(3) ボイル・シャルルの法則に温度一定という条件が加わると何という法則になるか。

〔　　　　　　　　　　〕

(4) ボイル・シャルルの法則が成り立つ条件が1つある。それは何か。

〔　　　　　　　　　　〕

2 (7782) E05

次の各問いに答えなさい。

(1) 一定質量の気体が，圧力 $2P$，体積 V，絶対温度 $0.5T$ の状態から，圧力 $0.8P$，絶対温度 $2T$ になった。体積はいくらになるか。

〔　　　　　　〕

(2) 一定質量の気体が，圧力 $0.5P$，体積 $5V$，絶対温度 $2.5T$ の状態から，体積 $2V$，絶対

温度 $4T$ になった。圧力はいくらになるか。

〔　　　　　　〕

3 (7783) E05

次の各問いに答えなさい。

(1) 0 °C で 1.5 atm の気体が 0.50 l ある。この気体を，−50 °C で 1.0 atm にすると，体積は何 l になるか。

〔　　　　　　〕

(2) 90 °C で 2.0×10^5 N/m^2 の気体が 2.5×10^2 m^3 ある。この気体を 1.2×10^5 N/m^2, 2.0×10^2 m^3 にすると，気体の温度は何 °C になるか。

〔　　　　　　〕

(3) 20 °C で 1.2 atm の気体が 1.2 l ある。この気体を，300 K，1.0×10^{-3} m^3 にすると，気体の圧力は何 atm になるか。

〔　　　　　　〕

4 (7784) E05

安全弁のついた容器がある。容器内外の圧力差が 5.0×10^4 N/m^2 になると弁が開き，内外の圧力が同じになると弁が閉じるようになっている。この容器に 1.0×10^5 N/m^2 のもとで，20°C，1.0×10^5 N/m^2 の空気を閉じこめ，温度を上げていったところ，ある温度になったら弁が開き，空気が吹き出した。この温度で温度を一定にしたところ，しばらくして弁は閉じた。次の問いに答えなさい。有効数字 2 桁で答えなさい。

(1) 空気が吹き出したときの温度は何 °C か。

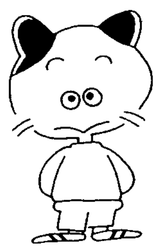
〔　　　　　　〕

(2) このとき，吹き出した空気の体積はもとの体積の何 % か。

〔　　　　　　〕

(3) 弁が閉じてから再び温度を 20°C にもどしたとき，容器内の圧力はいくらか。

〔　　　　　　〕



類題トレーニング(7790)

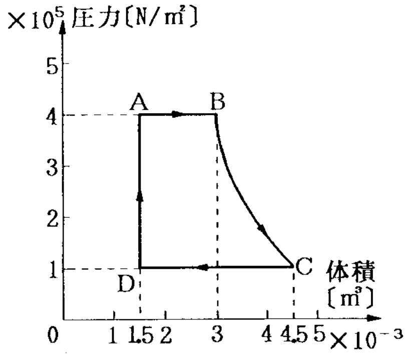
●例題の視点　　次の例題は，グラフから各状態の体積と圧力を読みとり，各状態での温度を求める問題である。一定質量の理想気体なのでボイル・シャルルの法則を使って温度を求める。

基本例題　*P－V* グラフとボイル・シャルルの法則

右の図のように，一定質量の気体を状態 A（温度 27 ℃）から，A → B → C → D → A の順に変化させた。このとき，次の問いに答えなさい。有効数字 2 桁で答えなさい。

(1)　状態 B での気体の絶対温度を求めなさい。

(2)　状態 C での気体の絶対温度を求めなさい。



●A → B，C → D の変化は圧力一定であるから，気体はシャルルの法則にしたがう。

●D → A の変化は体積一定の変化である。

●一定質量の気体はボイル・シャルルの法則にしたがう。

■■考え方■■

(1)　A → B の変化は圧力一定であるから，気体はシャルルの法則にしたがう。

よって，A での体積を V_1，温度を T_1，B での体積を V_2，温度を T_2 とすると，

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\qquad \therefore\ T_2=\frac{V_2}{V_1}T_1$$

これに，グラフから読みとった V_1，V_2，あたえられた T_1 の値を代入すれば T_2 が求められる。

(2)　B での圧力を P_2，C での体積を V_3，圧力を P_3，温度を T_3 とすると，ボイル・シャルルの法則から，

$$\frac{P_2V_2}{T_2}=\frac{P_3V_3}{T_3}\qquad \therefore\ T_3=\frac{P_3V_3}{P_2V_2}\cdot T_2$$

これに，グラフから読みとった P_2，V_2，P_3，V_3 と(2)で求めた T_2 の値を代入すれば，T_3 が求められる。

■■解　答■■

(1)　A → B の変化は圧力一定であるから，シャルルの法則にしたがう。よって，B での温度を T_2 とすると，

$$\frac{1.5\times10^{-3}}{273+27}=\frac{3.0\times10^{-3}}{T_2}$$

$$\therefore\ T_2=\frac{3.0\times10^{-3}}{1.5\times10^{-3}}\times(273+27)=6.0\times10^{2}\,〔\mathrm{K}〕$$

答え　6.0×10^{2} K

(2)　C での温度を T_3 とすると，ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{4.0\times10^{5}\times3.0\times10^{-3}}{6.0\times10^{2}}=\frac{1.0\times10^{5}\times4.5\times10^{-3}}{T_3}$$

$$\therefore \quad T_3=\frac{1.0\times10^5\times4.5\times10^{-3}}{4.0\times10^5\times3.0\times10^{-3}}\times6.0\times10^2=2.25\times10^2\fallingdotseq2.3\times10^2\ \mathrm{[K]}$$

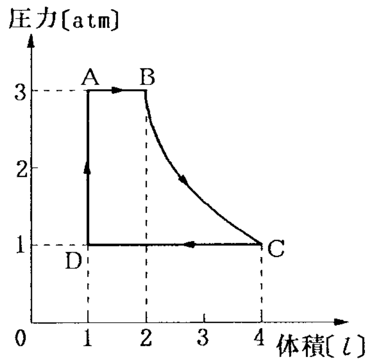
答え　2.3×10^2 K

□ここがポイント!□

◆圧力と体積のグラフがあたえられたときは，気体の変化が，圧力一定なのか，体積が一定なのか，どちらも変化するのかをきちんと読みとって，どの法則が使えるかをはっきりさせることが重要である。

1　(7791)　E05

右の図のように，一定質量の気体を状態 A（温度27 ℃）から A → B → C → D → A の順に変化させた。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　状態 A における気体の絶対温度を T_1, 体積を V_1, B における絶対温度を T_2, 体積を V_2 とするとき，T_1, V_1, T_2, V_2 の間の関係を書きなさい。

〔　　　　　　〕

(2)　状態 A, B における体積の値をグラフから読みとって答えなさい。小数第1位まで求めなさい。

A〔　　　　〕　B〔　　　　〕

(3)　B における絶対温度を求めなさい。有効数字2桁で答えなさい。

〔　　　　　　〕

(4)　状態 B における圧力を P_2, C における圧力を P_3, 体積を V_3, 絶対温度を T_3 とするとき，P_2, V_2, T_2, P_3, V_3, T_3 の間にはどんな関係が成り立つか。式で表しなさい。

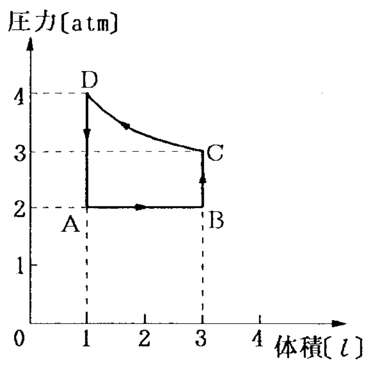
〔　　　　　　〕

(5)　C での絶対温度を求めなさい。有効数字2桁で答えなさい。

〔　　　　　　〕

2　(7792)　E05

右の図のように，一定質量の気体を状態 A（温度0 ℃）から，A → B → C → D → A の順に変化させた。このとき，次の問いに答えなさい。有効数字2桁で答えなさい。



(1)　状態 B での気体の温度は何 K か。

〔　　　　　　〕

(2)　状態 C での気体の温度は何 K か。

〔　　　　　　〕

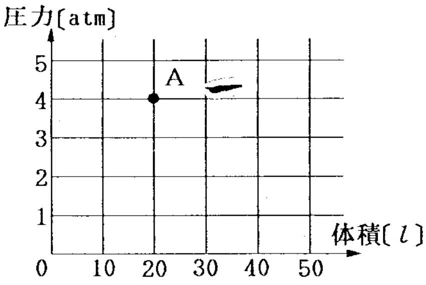
(3)　状態 D での気体の温度は何 K か。

〔　　　　　　〕

3 (7793) E05

温度 $-73\ ^\circ C$,圧力 4.0 atm,体積 20 l の気体がある。その状態を A とし，圧力を 4.0 atm に保ったままで，体積を 20 l から 50 l になるまで変化させた。この状態を B とし，さらに体積を 50 l に保ったままで，圧力が 2.0 atm の状態 C になるまで温度を変化させた。このとき，次の問いに答えなさい。(2), (3)は有効数字 2 桁で答えなさい。

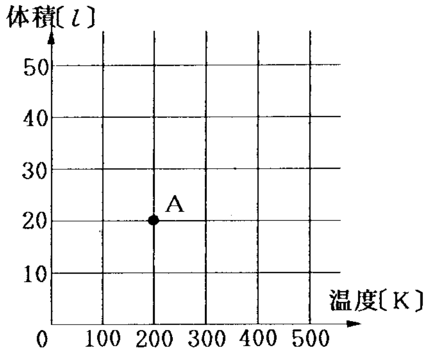
(1) 横軸を体積，縦軸を圧力として，この変化の圧力と体積の関係をグラフで表しなさい。



(2) 状態 B における温度は何 K か。
〔　　　　〕

(3) 状態 C における温度は何 K か。
〔　　　　〕

(4) 横軸を温度，縦軸を体積として，この変化における体積と温度の関係をグラフで表しなさい。

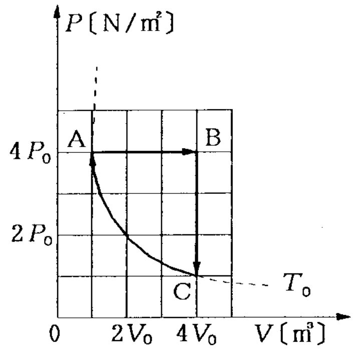


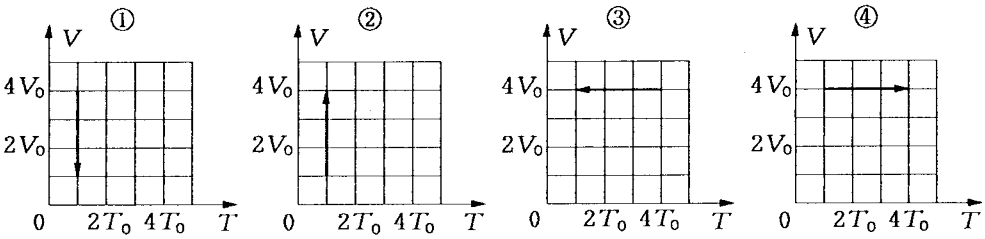
4 (7794) E05

一定質量の気体の右図のような状態変化 A→B→C→A で，C→A は温度 T_0〔K〕が一定の変化 (等温変化) である。それぞれの状態変化を V-T グラフに表すと次のどのグラフが正しいか。それぞれ 1 つ選んで番号で答えなさい。

(1) 状態変化 B→C 〔　　〕

(2) 状態変化 C→A 〔　　〕





5 (7795) E05

右の図1のように，断面積の等しい2つのシリンダーを水平に置き，ピストンKで連結してある。シリンダーA，Bには同一質量の気体が封じられており，はじめはどちらも体積V_0〔m^3〕，温度T_0〔K〕，圧力P_0〔N/m^2〕であった。シリンダーB内の気体を加熱したところ，圧力と体積の変化は右の図2の Ⅰ → Ⅱ のようになった。次の問いに答えなさい。

図1

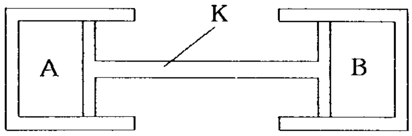
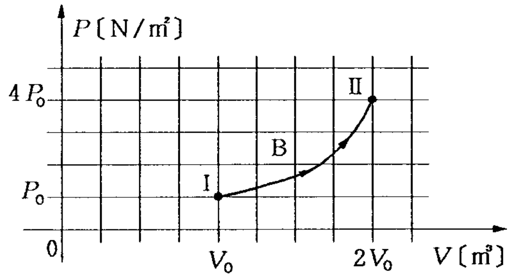


図2



(1) 状態Ⅱの温度T_2〔K〕はいくらか。T_0を用いて表せ。

〔　　　　　　〕

(2) シリンダーA内の気体は一定温度を保つものとする。シリンダーB内の気体が圧力$4P_0$を示すとき，シリンダーA内の気体の体積V_3〔m^3〕はいくらになるか。

〔　　　　　　〕

(3) このとき，シリンダーA内の気体の圧力，体積の変化をグラフで表しなさい。

類題トレーニング(7800)

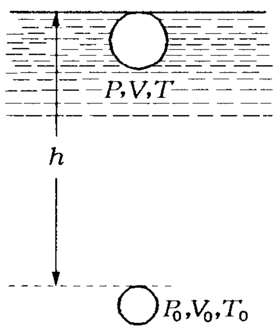
● 例題の視点　　次は，水中での気泡の体積を求める問題である。水中での圧力は，水の深さによる水圧と大気圧の和であること，また，気泡は水中にあるかぎりは $\dfrac{PV}{T}=$ 一定 の関係が成り立っているものと考えることがポイントである。

基本例題　水中での気体の体積

水面下 15 m に発生した，1.0 cm^3 のあわが，水面近くに達したときの体積は何 cm^3 になるか。ただし，水面下 15 m での水温は 5.0 ˚C で，水面近くでは 20 ˚C であったとする。また，大気圧は 1.0 atm であり，水中では 10 m 深くなるごとに 1.0 atm ずつ圧力が増加するものとする。

- 水中では，気泡はまわりから一様に水圧を受けて球形になる。
- 気泡の圧力は，その位置での水圧と大気圧の和と等しくなっている。
- 気泡内の気体は分裂しないかぎり，ボイル・シャルルの法則にしたがう。

■■考え方■■



水中での圧力は，条件に示されているように，10 m 深くなるごとに水による圧力が 1.0 atm ずつ増加するから，h〔m〕の深さでの圧力 P_0 は，

$$P_0=1.0+\frac{h}{10}\times1.0=1.0+\frac{h}{10}\text{〔atm〕}$$

水面下 15 m での気泡の圧力を P_0，体積を V_0，温度を T_0 とし，水面近くでの気泡の圧力を P，体積を V，温度を T とすると，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_0V_0}{T_0}=\frac{PV}{T}\qquad\therefore\quad V=\frac{P_0T}{PT_0}V_0$$

これに，あたえられた値を代入すればよい。

■■解　答■■

水面下 15 m での圧力を P_0 とすれば，

$$P_0=1.0+\frac{15}{10}\times1.0=2.5\text{〔atm〕}$$

また，そこでの体積は $V_0=1.0$〔cm^3〕，温度は $T_0=273+5.0$〔K〕である。

水面近くでは圧力 $P=1.0$〔atm〕，温度 $T=273+20$〔K〕であるから，体積を V〔cm^3〕とすると，$\dfrac{P_0V_0}{T_0}=\dfrac{PV}{T}$ より，

$$V=\frac{P_0T}{PT_0}V_0=\frac{2.5\times(273+20)}{1.0\times(273+5.0)}\times1.0=2.63\cdots\fallingdotseq2.6\text{〔cm}^3\text{〕}$$

答え　2.6 cm^3

□ここがポイント!□

◆水面下 h〔m〕での圧力 P は，大気圧を 1 atm とすると，10 m 深くなるごとに水による圧力が 1 atm ずつ増加するから，

$$P=1+\frac{h}{10}\times1\text{〔atm〕}$$

で，これがそのまま気泡の圧力になる。
◆水面近くでは，$h \fallingdotseq 0$〔m〕と考えてよい。

---

1 (7801) E05

水面下 10 m に発生した 1.0 cm^3 のあわが，水面近くに達したときの体積は何 cm^3 になるか，次の順に求めなさい。ただし，水面下 10 m での水温は 5.0 °C で，水面近くでは 15 °C であったとする。また，大気圧は 1.0 atm で，水中で 10 m 深くなると 1.0 atm ずつ圧力が増加するものとする。

(1) 水面下 10 m での圧力は何 atm か。

〔　　　　　　〕

(2) 水面近くでの圧力は何 atm か。

〔　　　　　　〕

(3) 水面近くでのあわの体積を求めなさい。

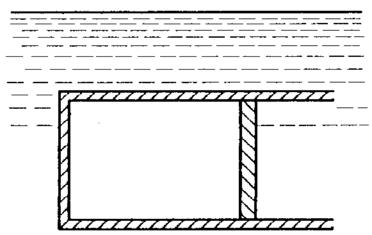
〔　　　　　　〕

2 (7802) E05

水面下 50 m に発生した 0.50 cm^3 のあわが，水面下 5.0 m に達したときの体積は何 cm^3 か。ただし，水温は，水面下 50 m では 7.0 °C，5.0 m では 17 °C であった。また，大気圧は 1.0 atm で，水中では 10 m 深くなるごとに 1.0 atm ずつ圧力が増加するものとする。

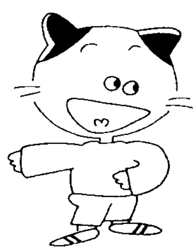
〔　　　　　　〕

3 (7803) E05



図のように，断面積が一様なシリンダーに，なめらかに動くピストンがついている。水面上に，このシリンダーがあったとき，この中の気体の体積は 1.0 l であった。このシリンダーを水面下 120 m までおろすと，シリンダー内の気体の体積は何 l になるか。ただし，水面上にあるときのシリンダー内の気体の温度は 25 °C であったが，水面下 120 m になると 4.0 °C になった。また，大気圧は 1.0 atm で，水中では 1 m 深くなるごとに 0.10 atm ずつ圧力が増加するものとする。有効数字 2 桁で答えなさい。

〔　　　　　　〕



§6 気体の内部エネルギー

E06

このセクションでは，気体のもつエネルギーについて学習します。容器の中にはいっていて全体として静止している気体でも，気体分子はとびまわっており，エネルギーをもっています。そのエネルギーを「内部エネルギー」といいますが，ここでは気体に外部からあたえられた熱量と内部エネルギー，このとき気体が外部にする仕事との関係までふみこんで学習します。くわしくは物理Ⅱで扱う内容ですから，教科書や学校の授業で扱わなかった場合は，適宜とばして進めてください。

◇考え方のポイント◇

◆気体が外部にする仕事

気体が，圧力 P〔N/m^2〕で一定のまま，ΔV〔m^3〕だけ体積が増加するとき，気体が外部にする仕事 W〔J〕は，次の式であたえられる。

$$W = P \cdot \Delta V$$

◆気体の内部エネルギー

気体の内部エネルギーとは，気体分子の熱運動による運動エネルギーの総和である。

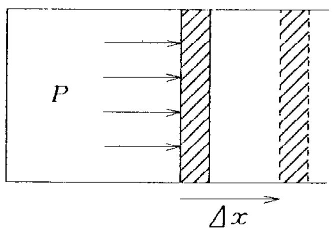
◆熱力学の第1法則

気体に外部から Q〔J〕の熱量があたえられたとき，気体の内部エネルギーの増加量を ΔU〔J〕，気体が外部にした仕事を W〔J〕とすれば，次の関係が成り立つ。これを「熱力学の第1法則」という。

$$Q = \Delta U + W$$

1 (0021) ［　］ ➲類題 7810　気体が外部にする仕事

断面積 S〔m^2〕でなめらかに動くピストンのついたシリンダーに，圧力 P〔N/m^2〕で気体が閉じこめられている。次の問いに答えなさい。ただし，気体の圧力 P〔N/m^2〕は，一定のままであるとする。



(1) シリンダー内の気体がピストンをおす力は何 N か。

〔　　　　　〕

(2) ピストンが Δx〔m〕だけ移動して，気体の体積が少し増加したとき，その間に気体がピストンに加えた仕事 W〔J〕を P，S，Δx で表しなさい。

〔　　　　　〕

(3) (2)における気体の体積増加を ΔV〔m^3〕とするとき，$W = P \cdot \Delta V$ と表すことができる。このことを(2)の結果から示しなさい。

（　　　　　）

(4) 気体が 1.0×10^5 N/m^3 の圧力を保ったまま，0.020 m^3 体積が膨張したとき，気体が外部にする仕事は何 J か。

〔　　　　　〕

2 (0022) [　] ➲類題 7820　気体の内部エネルギーと熱力学の第1法則

次の問いに答えなさい。

(1) 気体分子の熱運動による運動エネルギーを何というか。次のア～エの中から正しいものを1つ選び，記号で答えなさい。〔　　　〕

ア　気体の位置エネルギー　　イ　気体の弾性エネルギー

ウ　気体の内部エネルギー　　エ　気体の外部エネルギー

(2) 一般に温度が大きくなると，(1)のエネルギーは，大きくなるか，小さくなるか。

〔　　　〕

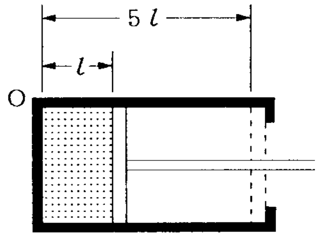
(3) 気体にあたえた熱量を Q，気体が外部にした仕事を W，内部エネルギーの増加量を ΔU としたとき，次のどの式が正しいか。1つ選び，記号で答えなさい。〔　　　〕

ア　$Q = \Delta U - W$　　イ　$Q = \Delta U + W$

ウ　$Q = -\Delta U + W$　　エ　$Q = -\Delta U - W$

3 (0023) [　] ➲類題 7830　気体のする仕事と内部エネルギー

水平で断面積 S，長さ $5l_0$ のシリンダーに，外気圧と同じ圧力 P_0，絶対温度 T_0 の気体が，なめらかに動くことができるピストンで閉じこめられている。はじめはシリンダーの底 O からピストンまでの距離は l になっている。



この気体に熱を加えると，気体の圧力は P_0 で一定のままピストンは右に動き，ピストン止めにあたって止まったが，気体の温度が上昇して $6T_0$ になるまで熱を加えた。次の問いに答えなさい。

(1) ピストンが動いているとき，この気体がピストンをおす力はいくらか。

〔　　　〕

(2) ピストンがシリンダーの右端に達したときの気体の絶対温度はいくらか。

〔　　　〕

(3) 加熱を止めるまでにこの気体が外部にした仕事はいくらか。

〔　　　〕

(4) 加熱を止めたときのこの気体の圧力はいくらか。

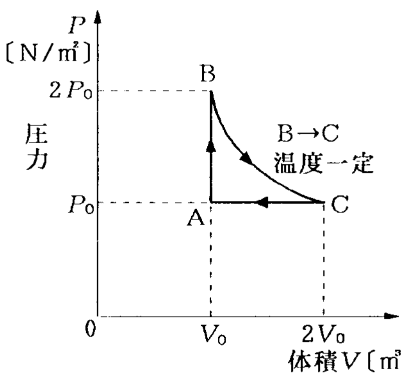
〔　　　〕

(5) 一連の作業で外部から気体にあたえられた熱量を Q とすると，気体の内部エネルギーはいくら増すか。

〔　　　〕

4 (0024) [　] ➲類題 7840　P-V グラフと気体の内部エネルギー

一定質量の気体の圧力と体積を，右のグラフのように状態 A（圧力 P_0〔N/m²〕，体積 V_0〔m³〕）から A→B→C→A の順に変化させた。B→C の変化では温度一定である。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，等温過程では内部エネルギーの変化量は 0 であることがわかっているものとする。



(1) 気体が外部から仕事をされた過程はどれか。

〔　　　〕

(2) 気体の温度が上昇する過程はどれか。

〔　　　〕

(3) 気体の内部エネルギーが増加する過程はどれか。

〔　　　〕

(4) 気体が外部から熱を吸収した過程はどれか。

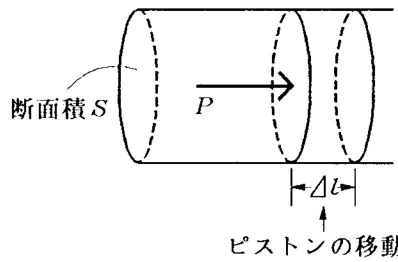
〔　　　〕

類題トレーニング(7810)

●学習の視点　　気体が外部にする仕事はどのように示されるかについて学ぶことにしよう。ここでは圧力が一定で体積が変化する場合について考えてみることにする。物理ＩＢの教科書では，あまりくわしく扱っていない場合が多いが，次の「内部エネルギー」を理解するために必要な項目であるので，とばさずにやったほうがよい。くわしくは，物理Ⅱで学習する。

テーマ　気体が外部にする仕事

●断面積 S〔m^2〕のピストンつきシリンダー内の気体が膨張してピストンが Δl〔m〕移動したとき，気体が外部にする仕事を W〔J〕とする。



ピストンをおす力 F〔N〕は，気体の圧力を P〔N/m^2〕とすると，

$F=PS$

である。この力 F でピストンが Δl 移動したときの仕事 W〔J〕は，

$W=F\cdot\Delta l=P\cdot S\cdot\Delta l$

となる。この $S\cdot\Delta l$ は，体積の増加 ΔV と等しいから，W は次の式を満たす。

$W=P\cdot\Delta V$

【気体が外部にする仕事】

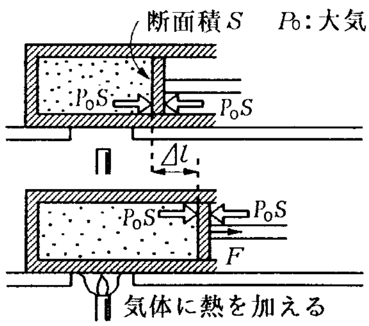
圧力が P〔N/m^2〕で一定の，ある気体の体積が ΔV〔m^3〕膨張したとき，気体が外部にする仕事 W〔J〕は，次の式で示される。

$W=P\cdot\Delta V$

■■説　明■■

●気体の膨張と仕事　　仕事の定義はあくまでも，加えた力の大きさと，力の方向に物体の移動した距離の積である。

右の図のように，なめらかに動くピストンで容器に閉じこめた気体に熱を加えると，気体は大気圧 P_0〔N/m^2〕と等しい大きさの圧力を保ちながら膨張する。気体がピストンをおす力は，断面積を S〔m^2〕とすると，



$F=P_0\cdot S$

で，これがそのまま物体をおす力になる。

ピストンが Δl だけ移動すると，物体も Δl 移動するから，気体が外部にした仕事は，

$W=F\cdot\Delta l=P_0\cdot S\cdot\Delta l=P_0\cdot\Delta V$

●気体が外部にする仕事の意味　　$W=P\cdot\Delta V$ のように，気体のする仕事は，「圧力と増加した体積の積」で表せることになる。Δl や ΔV のように Δ(デルタ)をつけた理由は，ピストンの動く距離，または増加した体積が非常に小さいという意味である。

➲ピストンが大きく動くと気体の圧力が変わってしまうので，計算がめんどうになるため，力 F がほぼ一定になるような短い移動距離を考えるのである。

気体が外部にする仕事と，定圧変化・定積変化・等温変化・断熱変化とのくわしい関

係については，物理IIで学習する。

研　究

● 気体の圧力

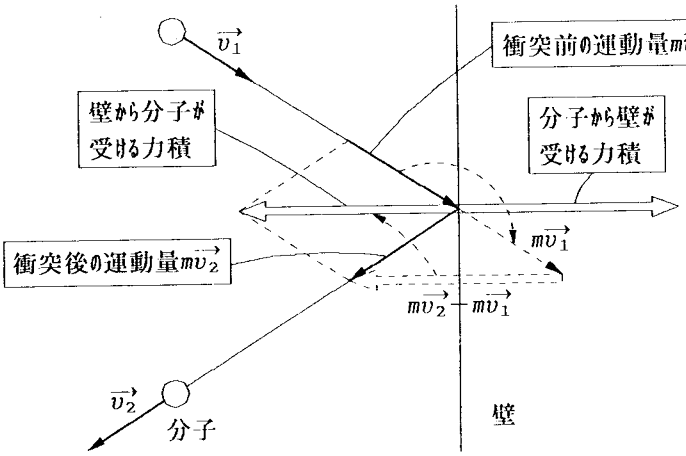
気体の圧力については，物理IIの第13章で定量的にくわしく扱うことになる。

ここでは，簡単にその一端をのぞいてみよう。

次の図のように，容器の中につめた気体の分子が壁に衝突すると，完全弾性衝突をして，はねかえされる。そのとき分子は，分子の運動量の変化に等しい力積を壁から受ける。その反作用として，壁は分子が衝突するたびに力積を受ける。分子は多数あって，次つぎに壁に衝突するので，その壁は，気体の分子からたえず力を受けていることになる。これが“気体の圧力”である。分子の温度が上昇すると，分子運動がはげしくなり，壁と衝突する回数も，また，衝突する分子の速さも大きくなる。その結果，気体の圧力は温度が高くなると大きくなる。

そして，体積 V の容器の中に質量 m の気体分子が N 個はいっているとき，個々の分子の速さ v の2乗の平均値を $\overline{v^2}$ とすれば，その気体の圧力 P は，次のように表せる。

$$P=\frac{2}{3}\cdot\frac{N}{V}\cdot\frac{1}{2}m\overline{v^2}$$



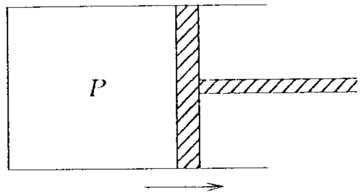
※圧力は，壁に衝突する多数の分子による力積を加え合わせたものである。
面に平行な速度成分は変わらない。

---

1 (7811) E06

次の文中の空欄をうめなさい。ただし，(2)，(3)には正か負の文字を入れなさい。

なめらかに動くピストンのついた容器に一定質量の気体を閉じこめ，この気体が外にする仕事を考える。



気体は，ある圧力でピストンをおしているが，力がする仕事の量は，(力)×(力の方向への(1)［　　　　］)で表されるので，気体の圧力がどんなに大きくても，ピストンの［(1)］が0ならば気体は仕事をしないことになる。気体が膨張するとき，［(1)］の向きは気体がピストンをおす力の向きと一致するので，気体がする仕事は(2)［　　］となる。一方，気体が収縮するときは，［(1)］の向きと，気体がピストンをおす力の向きとが逆になるので，気体がする仕事は(3)［　　］となる。

2 (7812) E06

気体が外部にする仕事について，次の問いに答えなさい。

(1) 気体が P〔N/m^2〕の圧力を保ったまま体積が ΔV〔m^3〕膨張したとき，気体が外部にした仕事 W〔J〕はいくらか。

〔　　　　〕

(2) 気体の圧力が一定で，体積の増加量 ΔV が2倍になると，気体が外部にする仕事は何倍になるか。

〔　　　　〕

(3) 気体の圧力が一定で，体積の増加量 ΔV が $\Delta V<0$ であるとき，気体は外部に対して仕事をしたか，外部から仕事をされたか。

〔　　　　〕

3 (7813) E06

気体の体積と仕事について，次の問いに答えなさい。

(1) 気体の圧力を，1.0×10^5 N/m^2 に保ったまま，2.0 l だけ体積が膨張したとき，気体が外部にした仕事はいくらか。

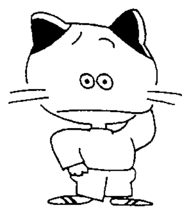
〔　　　　〕

(2) 気体が，2.2×10^5 N/m^2 の圧力を保ったまま，2.0 l だけ体積が膨張したとき，気体が外部にした仕事はいくらか。

〔　　　　〕

(3) 気体が圧力1.2 atm のまま1.0 l 体積が減少したとすると，気体が外部にした仕事はいくらか。ただし1〔atm〕$=1.0\times10^5$〔N/m^2〕とする。

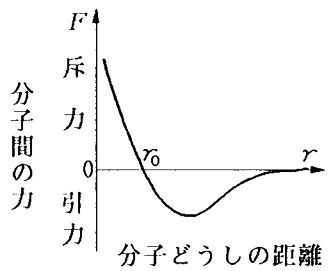
〔　　　　〕



類題トレーニング(7820)

●学習の視点　　気体の内部エネルギーと熱力学の第１法則について学習する。熱力学の第１法則という用語を物理ＩＢでは扱っていない教科書もあるが，内部エネルギーとともに，物理IIでくわしく学習する内容である。

テーマ　気体の内部エネルギーと熱力学の第１法則



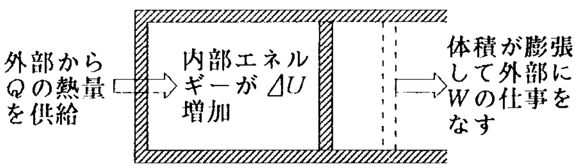
〈分子間にはたらく力〉

- 物質を構成する分子は，分子間の距離が近いときには，たがいに力をおよぼし合っている。
- この力は，分子どうしがある距離 r_0 よりも離れると引き合う向きに，近づくとしりぞけ合う向きにはたらく（右図）。そのため，分子は，その力による位置エネルギーをもっている。
- この分子間にはたらく力の位置エネルギーと分子の熱運動による運動エネルギーを，すべての分子について総和したものを，その物質の「内部エネルギー」という。物体がもっている熱エネルギーとは，この内部エネルギーのことである。
- (理想)気体では，分子どうしが離れていて，分子間の力がひじょうに小さく，分子間にはたらく力による位置エネルギーは無視できる。
- 外部から供給された熱量のうち一部は気体の内部エネルギーに変化し，残りの一部は気体の体積を増加させ外部へ仕事をする。エネルギー保存の法則（くわしくはセクション７で学習する）から，気体に加えた熱量は，気体の内部エネルギー増加量と気体が外部にする仕事の和に等しいことがいえる。

【気体分子の内部エネルギー】

気体の内部エネルギーとは，気体分子の熱運動による運動エネルギーの総和である。

【熱力学の第１法則】



気体に外部から Q〔Ｊ〕の熱量を加えたところ，外部に W〔Ｊ〕の仕事をなし，内部エネルギーが ΔU〔Ｊ〕増加したとすれば，

$$Q = \Delta U + W$$

の関係がある。これを「熱力学の第１法則」という。

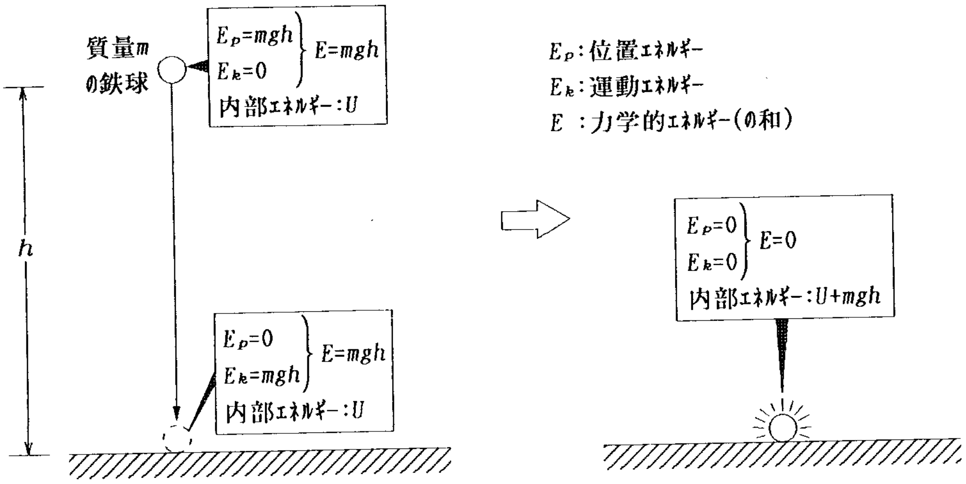
これは，熱現象と力学現象を含めた「エネルギー保存の法則」である。

■■説　明■■

- 気体の内部エネルギー　　気体の分子は空間を飛びまわっているので，運動エネルギーをもっている。よって，気体はその内部に分子の熱運動によるエネルギーをたくわえている。これが気体の内部エネルギーである。

　また，一般に温度が高くなると熱運動ははげしくなり，分子の運動エネルギーが大きくなるので，内部エネルギーも大きくなる。

- 鉄球の内部エネルギー　　次の図のように鉄球が高さ h のところから落下して床に衝突した場合，衝突直前の鉄球は，$E_p = mgh$ という力学的エネルギーをもっている。ところが，鉄球が床と完全非弾性衝突（$e=0$，すなわち，まったくはねかえりのない衝突の場合）をするとすると，$E_p=0$ となり，かわりに鉄球の温度が上昇する。



※鉄球がもっていた力学的エネルギー mgh は，，衝突により内部エネルギーに変わる。

このことは，鉄球の失った力学的エネルギーが停止した鉄球の中に他のエネルギーの形としてたくわえられ，その結果，鉄球の温度が上がったと考えることができる。このように，物質の中にたくわえられるエネルギーが「内部エネルギー」である。

➲一般的に力学的エネルギーが減少して物体の温度が上がるとき，

(内部エネルギーの増加量)＝(力学的エネルギーの減少量)

という関係がある。

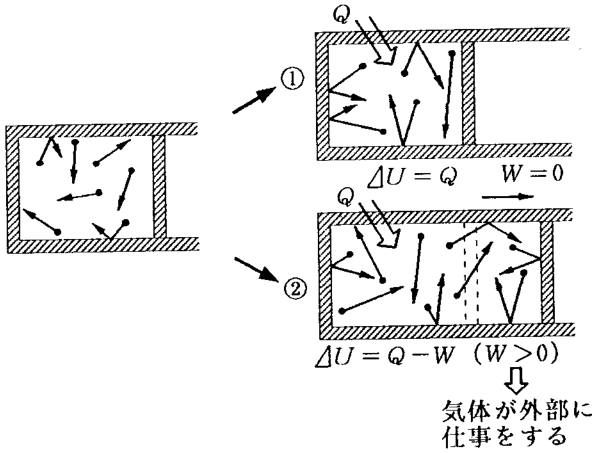
床との衝突の際，衝撃で鉄球の中の分子の運動がはげしくなり，分子の力学的エネルギーが増加するが，それを内部エネルギーが増加するというのである。つまり，内部エネルギーとは，物体内部にある分子１個１個の力学的エネルギーの総和のことである。

物体の内部エネルギーは，熱が流れこんだり，外から仕事をされると増加する。

一般に，温度が高くなると，分子の力学的エネルギーが大きくなる。また，分子運動がはげしい物体を，われわれは熱いと感じる。

● 熱力学の第１法則と気体の内部エネルギー

容器の気体に熱量 Q を加えたときの体積の変化と内部エネルギーの増加量の関係は次のようになる。



① 気体に外部から熱量 Q を加えたとき，体積一定なら，気体は外部に仕事をしないから，

$W=0$

したがって，加えた熱量がそのまま内部エネルギーの増加になる。

② 気体に外部から熱量 Q を加えたとき，体積が増加すると，気体は外部に W の仕事をする $(W>0)$ から，加えた熱量 Q から W を引いたものが内部エネルギーの増加量になる。つまり，

$\varDelta U=Q-W$　　∴　$Q=\varDelta U+W$

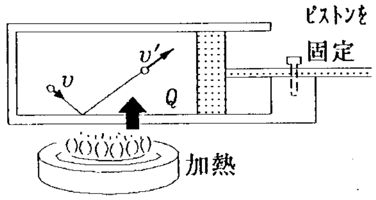


図1　仕事をしないで，熱だけをあたえる。

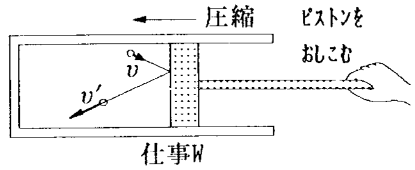


図2　加熱しないで，仕事だけをあたえる。

＜内部エネルギーの変化＞

●熱と仕事と内部エネルギー　　気体の温度を上昇させ，気体の内部エネルギーを増加させるのは，右の図1のように，気体に熱を加える方法と，図2のように，気体を圧縮して気体に仕事をする方法がある。

一般に，

「気体の内部エネルギー U は，気体に加えた熱量 Q と外部から気体にした仕事 W' の和だけ増加する（ΔU）。」

という関係があり，これが「熱力学の第1法則」である。よって，外部からした仕事を W' とすれば，

$$\Delta U = Q + W' \quad \cdots\cdots ①$$

と書ける。教科書によっては，こちらの書き方をしている場合があるので，十分注意しなければならない。

気体から熱が出ていく場合や，テーマのように気体が膨張して外部へ仕事をするとき（このときの仕事を W とする）には，気体の内部エネルギーは減少する。

外部からされた仕事を正と考えると，外部へする仕事は「負の仕事」であるから，$W' = -W$ という関係がある。よって，①の式で $W' = -W$ とすれば，

$$\Delta U = Q - W$$

という，テーマと同じ式になる。

●Q，ΔU，W の正負とその意味　　テーマの $Q = \Delta U + W$ の式で，外から加えた熱量 Q，気体の内部エネルギーの増加量 ΔU，気体が外部にする仕事 W の正負とその意味は次のようになっている。

$\begin{cases} Q>0 \text{；気体に外部から熱が加えられた。} \\ Q<0 \text{；気体が外部に熱を放出した。} \end{cases}$

$\begin{cases} \Delta U>0 \text{；気体の内部エネルギーが増加した。} \\ \Delta U<0 \text{；気体の内部エネルギーが減少した。} \end{cases}$

$\begin{cases} W>0 \text{；気体が外部に仕事をした。（体積が増加した）} \\ W=0 \text{；気体が外部に仕事をしない，または外部から仕事をされない。（体積が変化しない）} \\ W<0 \text{；気体が外部から仕事をされた。（体積が減少した）} \end{cases}$

参　考

●気体の内部エネルギーを表す式

物理Ⅱでくわしく学習するが，理想気体の内部エネルギー U〔J〕は，気体の物質量を n〔mol〕，絶対温度を T〔K〕，気体定数を R として，

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

と表せる。これより，理想気体の内部エネルギーは，絶対温度に比例することがわかる。また，内部エネルギーが，容器の体積や圧力に関係ないこともわかる。

1　(7821)　E06

次の文の[　　]に適当な語句を書き入れなさい。

(1)　気体の内部エネルギーとは，気体分子の熱運動による[ア　　　]エネルギーの総和である。

(2)　一般に温度が高くなると，[イ　　　]ははげしくなり，分子の[ア]エネルギーが大きくなるので，内部エネルギーも[ウ　　　]。

2 (7822) E06

熱力学の第1法則について，次の問いに答えなさい。

(1) 気体に外部から熱量 Q を加えたときに，外部に W の仕事をし，内部エネルギーが ΔU 増加したとすると，これらの間にはどのような関係があるか。

〔　　　　　　　　　〕

(2) 気体に外部から熱量 Q を加えたとき，気体の体積は一定であった。内部エネルギーの増加 ΔU はどれだけか。

〔　　　　　　　　　〕

3 (7823) E06

熱力学の第1法則について，次の問いに答えなさい。

(1) 気体に 270 J の熱量をあたえたら，気体は 100 J の仕事を外部にした。気体の内部エネルギーの増加は何 J か。

〔　　　　　　〕

(2) 気体に 320 J の熱量をあたえたら，気体の内部エネルギーは 150 J 増加した。気体が外部にした仕事はいくらか。

〔　　　　　　〕

(3) ある気体に外部から熱量を加えたところ，内部エネルギーが 100 J 増加し，外部に 50 J の仕事をした。外部から気体にあたえられた熱量はいくらか。

〔　　　　　　〕

(4) 気体に 5.0×10^2 J の熱量をあたえたところ，気体の内部エネルギーが 3.2×10^2 J 増加した。このとき，気体が外部からされた仕事はいくらか。

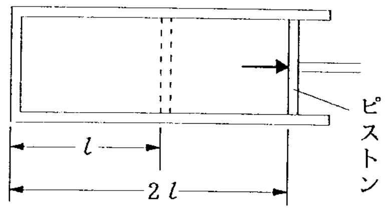
〔　　　　　　　　〕

類題トレーニング(7830)

●例題の視点　　気体のする仕事と内部エネルギーの変化量を問う問題である。何が一定で，どの法則や式を使えるかを考えることがポイントである。

基本例題　気体のする仕事と内部エネルギー

水平で断面積が S〔㎡〕のなめらかに動くピストンのついたシリンダー内に，一定質量の気体がはいっている。気体の圧力は P_0〔N/㎡〕ではじめ大気圧と等しくなっており，シリンダーの底からピストンまでの距離は l〔m〕で，温度は T_0〔K〕であった。この気体を加熱すると，気体の圧力は P_0〔N/㎡〕のままで，ピストンは右へ動き，底からピストンまでの距離が $2l$〔m〕のところで止まった。このとき，次の問いに答えなさい。



圧力一定

(1)　ピストンが動いているとき，この気体がピストンをおす力は何 N か。

(2)　ピストンが $2l$〔m〕で止まったときの気体の温度は何 K か。T_0 を使って表しなさい。

(3)　このとき，気体が外にした仕事は何 J か。P_0，l，S を使って表しなさい。

(4)　このとき，外部から気体にあたえられた熱量を Q〔J〕とすると，内部エネルギーは何 J 増加するか。Q，P_0，l，S を使って表しなさい。

- シリンダーの断面積は，S〔㎡〕である。
- ピストンが動く前の気体の圧力，体積，温度は，それぞれ P_0〔N/㎡〕，lS〔㎥〕，T_0〔K〕であった。
- 気体の圧力を P_0〔N/㎡〕のままでピストンが右へ動いたのであるから，この変化では圧力が一定である。
- ピストンは，$2l-l=l$〔m〕動いて止まったことになる。

■■考え方■■

(1)　圧力$=\dfrac{力}{断面積}$ より，力＝圧力×断面積 である。

(2)　圧力が一定なので，シャルルの法則が使える。

(3)　気体のした仕事は，$W=P_0\cdot\varDelta V$ で求められる。

(4)　熱力学の第1法則より，$\varDelta U=Q-W$ である。
ただし，Q は外部からあたえられた熱量，W は気体が外部にした仕事である。

■■解　答■■

(1)　気体がピストンをおす力を F〔N〕とすると，

$$F=P_0S\text{〔N〕}$$

答え　P_0S〔N〕

(2)　圧力が一定なので，シャルルの法則が使える。変化前の体積が lS〔㎥〕で，変化後の体積が $2lS$〔㎥〕であるから，変化後の温度を T〔K〕とすると，

$$\frac{lS}{T_0}=\frac{2lS}{T}$$

$$\therefore\quad T=\frac{2lS}{lS}T_0=2T_0\text{〔K〕}$$

答え　$2T_0$〔K〕

(3)　圧力一定のとき，気体が外にする仕事を W〔J〕とすると，

$W = P_0 \cdot \Delta V = P_0(2lS - lS) = P_0 lS$〔J〕

答え　$P_0 lS$〔J〕

(4)　内部エネルギーの増加量を ΔU〔J〕とすると，熱力学の第1法則より，

$\Delta U = Q - W = Q - P_0 lS$〔J〕

答え　$Q - P_0 lS$〔J〕

□ここがポイント!□

◆気体が外部にした仕事を W とすると，　$W = P \cdot \Delta V$
◆熱力学の第1法則により，
　$\Delta U = Q - W$　（ただし，W は気体が外部にした仕事）

1　(7831)　E06

シリンダーに閉じこめられた一定質量の気体がある。この気体の圧力を 1.0×10^5 N/m² に保って 4.0×10^2 J の熱を加えたところ，気体は膨張し，外部に対して 1.4×10^2 J の仕事をした。次の問いに答えなさい。

(1)　気体の内部エネルギーは何 J 増加したか。

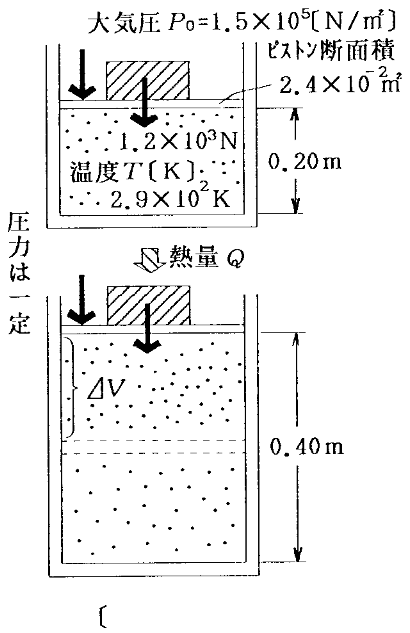
〔　　　　　　　　〕

(2)　気体は何 m³ 膨張したか。

〔　　　　　　　　〕

2　(7832)　E06

一定質量の気体が，右図のように，なめらかに動く断面積 2.4×10^{-2} m² のピストンつきシリンダーの中にはいっており，ピストンは，0.20 m の高さで静止している。このとき，気体の温度は 2.9×10^2 K であった。この気体の圧力を一定に保ったまま気体に熱を加えて図のようにピストンの高さを2倍にしたとき，大気圧を 1.0×10^5 N/m² として，次の問いに答えなさい。



(1)　ピストンとその上のおもりの重さを 1.2×10^3 N とすると気体の圧力はいくらか。

〔　　　　　　　　〕

(2)　気体の温度は何 K になるか。

〔　　　　　　　　〕

(3)　気体が外部にした仕事はいくらか。

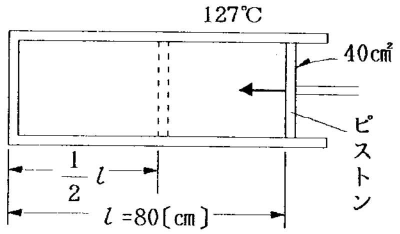
〔　　　　　　　　〕

(4)　外部から加えられた熱量を 1.8×10^3 J とすると，気体の内部エネルギーはどれだけ増加したか。

〔　　　　　　　　〕

3 (7833) E06

断面積が 40 cm^2 のなめらかに動くピストンのついたシリンダー内に，一定質量の気体がはいっている。その気体の圧力は 1.0×10^5 N/m^2，温度は 127°C であったが，これを，圧力を 1.0×10^5 N/m^2 に保ったままゆっくりと圧縮しながら熱をうばい，シリンダーの底からピストンまでの距離を 80 cm から半分にした。このとき，次の問いに答えなさい。



圧力一定 1.0×10^5[N/m²]

(1) シリンダーの底からピストンまでの距離が最初の半分になったときの気体の温度は何 °C か。

〔　　　　　　〕

(2) このとき，気体が外部からされた仕事は何 J か。

〔　　　　　　〕

(3) このとき気体が放出した熱量が 4.2×10^2 J であったとすると，気体の内部エネルギーの増加量は何 J か。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7840)

● 例題の視点　　圧力と体積のグラフから，気体のいろいろな変化，すなわち熱と仕事と内部エネルギーの変化を考察する問題である。それぞれの変化の過程で，何が一定であるかを見きわめることがポイントである。

基本例題　P-V グラフと気体の内部エネルギー

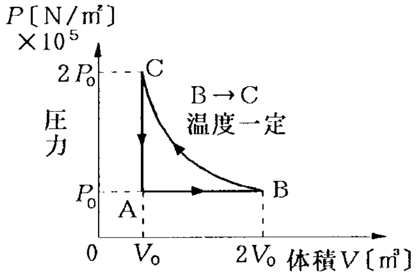
一定質量の気体をピストンのついたシリンダーに閉じこめ，気体の圧力と体積を，右のグラフのように状態A（圧力 P_0〔N/m²〕，体積 V_0〔m³〕）からA→B→C→Aの順に変化させた。B→Cの変化では温度一定である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 気体が外部に仕事をした過程はどれか。

(2) 気体の温度が上昇するのはどの過程か。

(3) 気体の内部エネルギーが増加した過程はどれか。ただし，等温過程では内部エネルギーの変化量は0であることがわかっているものとする。

(4) 気体が外部から熱を吸収した過程はどれか。



● A→B の変化は，横軸に平行であるから圧力が一定である。

● C→A の変化は，縦軸に平行であるから体積が一定である。

● B→C の変化は，圧力，体積ともに変化する。ただし，問題文より，温度が一定である。

● 各状態での温度は，ボイル・シャルルの法則 $\dfrac{PV}{T}=\dfrac{P'V'}{T'}$ より求められる。

● 気体に加えた熱量 Q と内部エネルギーの増加量 ΔU，外部にする仕事 W の間には，

$$Q=\Delta U+W$$

の関係がある（熱力学の第1法則）。

■■考え方■■

Aの状態での温度を T_0〔K〕として，B，Cの状態での温度，T_B〔K〕，T_C〔K〕を求めてみる。$\dfrac{PV}{T}$＝一定 であるから，

$$\frac{P_0V_0}{T_0}=\frac{P_0\times 2V_0}{T_B}=\frac{2P_0\times V_0}{T_C}$$

$$\therefore\ T_B=2T_0\qquad T_C=2T_0$$

これで，A，B，Cそれぞれの状態のときの圧力，体積，温度がわかった。

(1) 気体が外部に仕事をするのは，体積が増加する場合である。したがって，体積が増加している過程が，求める答えとなる。

(2) Aでの温度 T_0 と，T_B，T_C とを比べる。

(3) 熱力学の第1法則　$Q=\Delta U+W$　（W は外部にする仕事）
で考える。B→C の変化は，等温変化であるから，$\Delta U=0$。

A→B の変化は，(1)，(2)のことから，圧力が一定で体積が増加し，温度が上昇する変化である。

C→A の変化は，同じようにして，体積が一定で，圧力が下がり，温度も下がる変化である。

(4) 気体が外から熱を吸収するのは，$Q>0$ となる場合である。

■■解　答■■

(1)　気体が外部へする仕事を W とすると，

$$W=P\cdot\Delta V$$

である。図より，$P>0$ であるから，$W>0$ となるのは，$\Delta V>0$ となる場合，すなわち，体積が増加する場合である。

A → B の変化は，体積が $V_0\rightarrow 2V_0$ と増加している。

B → C の変化は，体積が $2V_0\rightarrow V_0$ と減少している。

C → A の変化は，定積変化であり，$\Delta V=0$ である。

答え　A → B

(2)　A，B，C の状態での温度を T_0，T_B，T_C とおくと，ボイル・シャルルの法則より，$\dfrac{PV}{T}$ が一定であるから，

$$\frac{P_0V_0}{T_0}=\frac{P_0\times 2V_0}{T_B}=\frac{2P_0\times V_0}{T_C}$$

$$\therefore\quad T_B=2T_0\qquad T_C=2T_0$$

さて，A → B の変化では温度が $T_0\rightarrow 2T_0$ と上昇している。

B → C の変化は，温度一定。

C → A の変化は，$2T_0\rightarrow T_0$ より温度が下降している。

答え　A → B

➡ A → B の変化は圧力が一定であるから，シャルルの法則を使って T_B を求め，B → C が等温変化であることから，$T_C=T_B$ としてもよい。

(3)　(1)，(2)のことから，

A → B の変化では，圧力が一定で体積が増加し，温度が上昇していることがわかる。

温度が上昇する変化であるから，気体の分子運動の速さが大きくなるので，内部エネルギーは増加することになる。

また，気体が外部へする仕事 W は，

$$W=P\cdot\Delta V>0\qquad P=\text{一定}\qquad\therefore\quad\Delta V>0$$

となる。この変化は，気体の圧力を一定にして加熱しながら，気体を膨張させた変化である。

C → A の変化では，体積が一定で圧力が下がり，温度が下降していることになる。

$$\Delta U=Q-W\qquad W=P\cdot\Delta V=0\qquad(\because\quad\Delta V=0)$$

より，$\Delta U=Q$ で，気体の温度が下がるということは，気体の分子運動の速さが小さくなることだから，内部エネルギーは減少することになる。

答え　A → B

(4)　(1)～(3)のことから，

A → B の変化では，$W>0$，$\Delta U>0$ より，$Q=\Delta U+W>0$ となり，外から熱を吸収する変化である。

B → C の変化では，$W<0$，$\Delta U=0$ より，$Q=W<0$ となる。

C → A の変化では，$W=0$，$\Delta U<0$ より，$Q=\Delta U<0$ となり，外へ熱を放出する変化である。

答え　A → B

研　究

● 等温変化のとき内部エネルギーの変化量 ΔU が0となるわけ　　くわしくは物理IIで学習する。内部エネルギーの変化量を ΔU〔J〕，気体の物質量を n〔mol〕，温度変化を ΔT〔K〕，気体定数を R とすると，

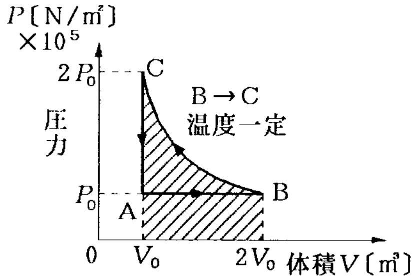
$$\Delta U=\frac{3}{2}nR\,\Delta T$$

と表せる。等温変化では，$\Delta T=0$ なので，$\Delta U=0$，つまり内部エネルギーは変化し

ないことになる。

この問題の場合，B → C の変化では圧力が上がり，体積が減っている。このとき気体が外にした仕事の大きさ W は，右図の P-V グラフの下側の面積で表される（図の斜線部分）。ただし，$2V_0 \to V_0$ の変化であるから，$W<0$ となると考える。

（$V_0 \to 2V_0$ という変化のとき，$W>0$ と考えるから。）



➡積分と面積の関係を数学で学習した人は，次のように考えるとよい。

等温変化では，$PV=$一定 であるから，ボイルの法則が成り立つ。この図の読みとりより，

$$PV=2P_0V_0=\text{一定}$$

であるから，$P=\dfrac{2P_0V_0}{V}$ と書ける。このときの気体が外部へする仕事を W とすると，B → C の向きの変化であることから，

$$W=\int_{2V_0}^{V_0}\frac{2P_0V_0}{V}dV=2P_0V_0\Big[\log_e V\Big]_{2V_0}^{V_0}$$
$$=2P_0V_0\{\log_e V_0-\log_e(2V_0)\}$$
$$=2P_0V_0\log_e\frac{V_0}{2V_0}$$
$$=-2P_0V_0\log_e 2<0$$

等温変化では，気体の温度は変わらないが，気体にあたえられる熱量 Q は0ではない。

① 等温変化で体積が減少する場合

熱力学の第1法則 $\Delta U=Q-W$

で，気体が外部からされる仕事を W' とすると，$W'=-W$ である。また，$\Delta U=0$ より，

$$0=Q+W' \qquad \therefore\ Q=-W'$$

となり，上のことから，$W=P\cdot\Delta V<0$，$W'>0$，$\Delta U=0$，$Q<0$ となる。

よって，この場合，外からされた仕事に等しい熱量を外部に放出することになる。

② 等温変化で体積が増加する場合

$\Delta U=0$ より，$0=Q-W \quad \therefore\ Q=W>0$

よって，気体が外部にする仕事に等しい熱量が外部からあたえられることになる。

● 絶対温度と内部エネルギー　$\Delta U=\dfrac{3}{2}nR\Delta T$ より，気体の内部エネルギーの増減は，気体の物質量と温度変化に比例することがわかる。

この問題では，質量が一定であるから，ΔU は ΔT に比例する。

よって，

ΔU が増加するのは，⇨ $\Delta T>0$ のとき

ΔU が減少するのは，⇨ $\Delta T<0$ のとき

である。よって，この問題では，温度が上昇する過程に，内部エネルギーが増加するのである。

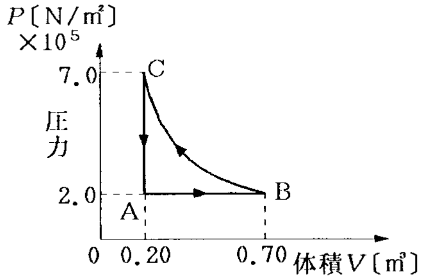
□ここがポイント！□

◆ P-V グラフを読みとり，各状態での絶対温度をボイル・シャルルの法則によって求める。

◆気体が外部へした仕事 W は，　$W=P\cdot\varDelta V$
◆また，熱力学の第１法則は，　$Q=\varDelta U+W$
◆それぞれの過程で何が一定であるかをグラフから読みとる。

1　(7841)　E06

一定質量の気体の圧力と体積を，右のグラフのように状態Ａ(圧力 2.0 N/m²，体積 0.20 m³）から，Ａ→Ｂ→Ｃ→Ａ の順に変化させた。Ｂ→Ｃ は等温変化である。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，等温過程では内部エネルギーの変化量は０であることがわかっているものとする。



(1)　Ａ での温度が 300 K ならば，Ｂ および Ｃ の温度はそれぞれ何 K か。有効数字３桁で答えなさい。

Ｂ〔　　　　　　　　〕
Ｃ〔　　　　　　　　〕

(2)　(1)のことから，気体の温度が上昇する過程はどれか。

〔　　　　　　　　〕

(3)　Ａ→Ｂ の過程で，気体が外部にした仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(4)　Ｂ→Ｃ の過程では，気体は外部に仕事をするか，それとも外部から仕事をされるか。

〔　　　　　　　　〕

(5)　Ｃ→Ａ の過程では，気体が外部にした仕事は何 J か。

〔　　　　　　　　〕

(6)　(3)〜(5)のことから，気体が外部に仕事をした過程はどれか。

〔　　　　　　　　〕

(7)　気体の内部エネルギーが増加した過程はどれか。

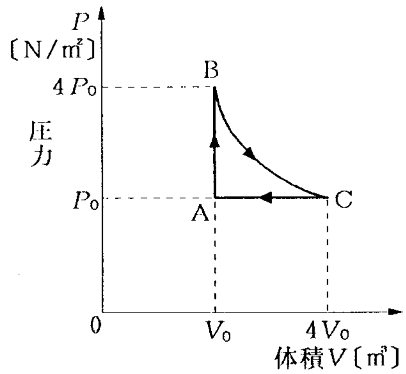
〔　　　　　　　　〕

(8)　気体が外部から熱を吸収した過程はどれか。

〔　　　　　　　　〕

2　(7842)　E06

一定質量の気体の圧力と体積を，右のグラフのように状態Ａ（圧力 P_0〔N/m²〕，体積 V_0〔m³〕）からＡ→Ｂ→Ｃ→Ａの順に変化させた。Ｂ→Ｃの変化では温度一定である。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，等温過程では内部エネルギーの変化量は０であることがわかっているものとする。



(1)　気体が外部から仕事をされた過程はどれか。

〔　　　　　　　　〕

(2)　気体の温度が上昇する過程はどれか。

〔　　　　　　　　〕

(3)　気体の内部エネルギーが増加する過程はどれか。

〔　　　　　　　　〕

(4)　気体が外部から熱を吸収した過程はどれか。

〔　　　　　　　　〕

§7 エネルギーの変換と保存

E07

このセクションでは，熱現象と一般の物体の運動を比較することにより，熱現象の特徴を学習します。熱現象も，分子の運動として力学的に説明することができますが，それだけではすべてを説明することはできないのです。

まず，エネルギーの変換とエネルギー保存の法則について学習し，次に，この熱現象の観察から，熱力学第2法則という，もう1つの熱の基本法則を学ぶことにします。そして，最後に熱を仕事に変える機械，すなわち，熱機関と，その効率について学習します。

◇考え方のポイント◇

◆エネルギーの変換と保存

あらゆる自然現象におけるエネルギーの変換では，それに関係したすべてのエネルギーの和は一定に保たれる。これを「エネルギー保存の法則」という。

◆熱現象における不可逆変化

物体系内で，ある現象が起こったとき，外部に何の変化も残さずに，すべてがもとの状態にもどる過程を「可逆変化」という。

また，外部に何の変化も残さずにもとの状態にもどすことのできない過程を「不可逆変化」という。熱が関与する現象は，すべて不可逆変化である。

◆熱力学の第2法則

外部から何の助けをも借りることなしに，温度の低い物体から，温度の高い物体に熱を移すことはできない。これを「熱力学の第2法則」という。

得た熱をすべて仕事に変えることのできる熱機関を「第2種永久機関」という。熱力学の第2法則は，一様な温度をもつ物体から熱をとり，これをすべて仕事に変えることはできないということと等しいので，熱力学の第2法則は，第2種永久機関はつくれないということと同じである。

◆熱効率

熱機関に供給された熱量を Q_1，熱機関から放出される熱量を Q_2 とすると仕事に変わった熱量は Q_1-Q_2 である。熱機関のする仕事と供給した熱量の比

$$e=\frac{W}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$$

を，この熱機関の「熱効率」という。

1　(0025)　□　➲類題 7850　エネルギーの変換と保存

あとの図の①～⑰の例を，ア～チの中から1つずつ選び，記号で答えなさい。

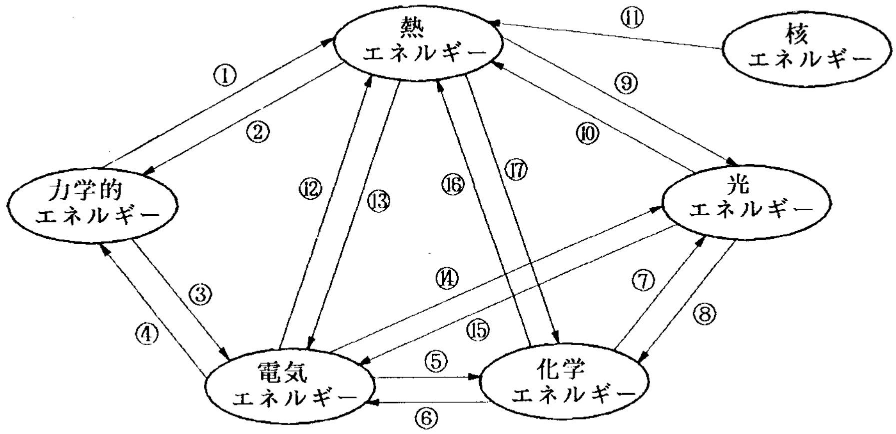
①〔　　〕	②〔　　〕	③〔　　〕	④〔　　〕
⑤〔　　〕	⑥〔　　〕	⑦〔　　〕	⑧〔　　〕
⑨〔　　〕	⑩〔　　〕	⑪〔　　〕	⑫〔　　〕
⑬〔　　〕	⑭〔　　〕	⑮〔　　〕	⑯〔　　〕
⑰〔　　〕			

ア　原子炉　　イ　水力発電　　ウ　摩擦・ジュールの実験　　エ　モーター

オ　ホタルの発光　　カ　電気分解　　キ　燃焼　　ク　光合成・写真

ケ　赤外線ストーブ・太陽熱温水器　　コ　電熱器・電気こたつ

サ　火力発電　　シ　吸熱反応　　ス　蛍光灯　　セ　乾電池
ソ　白熱電球・熱放射　　タ　太陽電池
チ　熱機関（エンジン）・蒸気機関車



2　(0026) ［　　］　➡類題 7860　不可逆変化

次の㋐～㋔の現象で不可逆変化はどれか。すべて選び，記号で答えなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

㋐　床をすべる物体が摩擦の力を受けて止まる。
㋑　あたたかい容器に入れた氷がとけていく。
㋒　煙突からの煙が，街全体に広がっていく。
㋓　真空中で，振り子のおもりが往復運動する。
㋔　水中にインクをたらすと，広がっていく。

3　(0027) ［　　］　➡類題 7870　熱力学の第２法則

次のような装置のうち，実現不可能なものをすべて選び記号で答えなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

㋐　燃料を燃やし，その熱を 100% 使って動くエンジン。
㋑　大気を取り入れてその熱をとり，大気中に冷気を放出し，奪った熱を使って動く自動車。
㋒　電気を使って，冷えた室内の空気から熱を奪い，室内より温度の高い屋外へ，その熱を放出する装置。
㋓　温度差のある２つの物体を使って発電する装置。
㋔　地熱を使って蒸気を発生させ発電をする装置。
㋕　海水から熱を奪い，氷にして，その吸収した熱を使って走る船。

4　(0028) ［　　］　➡類題 7880　熱効率

あるエンジンの重油消費量は１時間につき 5.4 kg で，重油の燃焼による発熱量は 1 kg あたり 3.8×10^7 J である。次の問いに答えなさい。

(1)　このエンジンにおける重油の発熱量は 1.0 s あたり何 J か。

〔　　　　　　〕

(2)　このエンジンを出力 18 kW で作動するとき，熱効率は何 % か、ただし，1〔W〕=1〔J/s〕である。

〔　　　　　　〕

類題トレーニング(7850)

●学習の視点　　エネルギーの変換について理解し，エネルギー保存の法則を知ることがポイントである。

テーマ　エネルギーの変換と保存

●エネルギーには，力学的エネルギーや熱エネルギーのほかにも，いろいろな形のものがある。
●電流のもつ電気エネルギー，光のエネルギー，石油や石炭のもつ化学エネルギー，原子核のもつ核エネルギー（原子核エネルギー）などである。
●これらのエネルギーは，たがいに移り変わることができる。また，エネルギーが形を変えることを「エネルギーの変換」という。
●あるエネルギーが減少して，他のエネルギーに移り変わるとき，減少した分だけ，ほかのエネルギーが増加する。エネルギー全体を考えると，エネルギーはふえもせず，減りもしない。これを「エネルギー保存の法則」という。

【エネルギーの変換と保存】

あらゆる自然現象におけるエネルギーの変換では，それに関係したすべてのエネルギーの和は一定に保たれる。

これを「エネルギー保存の法則」という。

■■説　明■■

●いろいろなエネルギー　　力学的エネルギーや熱エネルギーのほかのエネルギーの一例をあげてみよう。エネルギーの変換も含めて考えてみる。

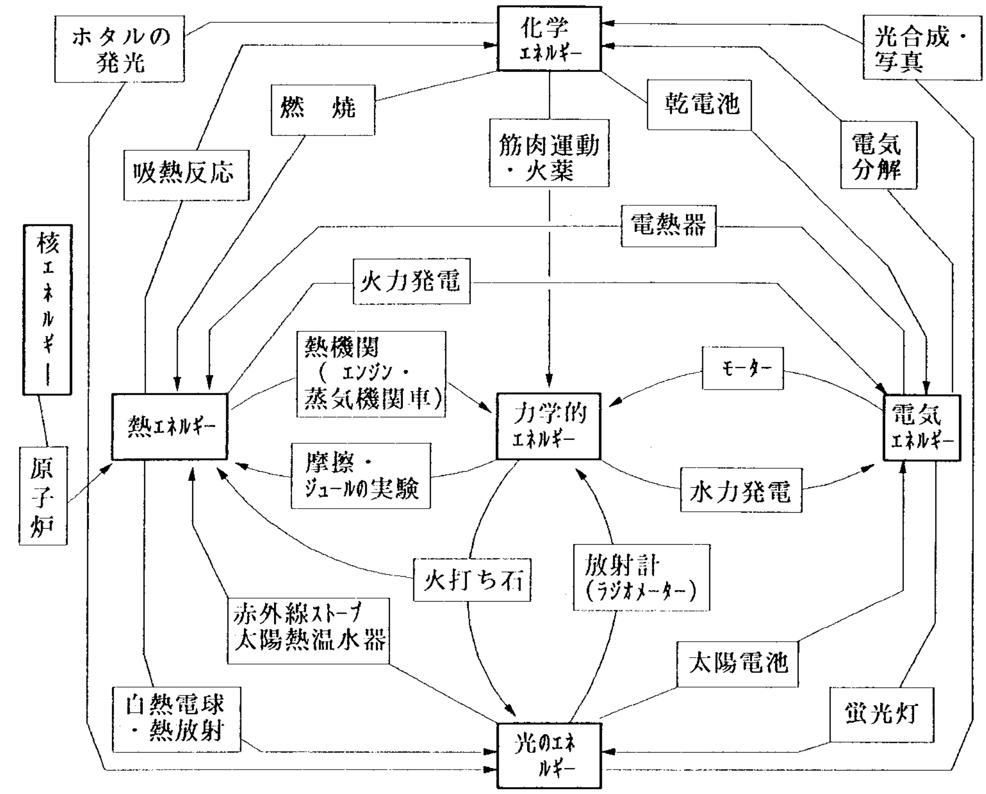
①　電気エネルギー
・電池を使ってモーターを回し，仕事をする。（電気エネルギー→運動エネルギー）
・電気ストーブ　（電気エネルギー→熱エネルギー）
・白熱電球　（電気エネルギー→光のエネルギー）

②　化学エネルギー
・火力発電所で燃焼させる重油（化学エネルギー→熱エネルギー）…重油や酸素が化学エネルギーをもっていて，燃焼の結果できる水蒸気と二酸化炭素の化学エネルギーとの差が熱として放出される。
➲化学エネルギーは，原子の化学的な結合によってつくられた物質がたくわえているエネルギーである。
・火薬　（化学エネルギー→力学的エネルギー）

③　光のエネルギー
・赤外線ストーブ　（光のエネルギー→熱エネルギー）
・写真　（光のエネルギー→化学エネルギー）
・光合成　（光のエネルギー→化学エネルギー）

④　核エネルギー
・原子炉　（核エネルギー→熱エネルギー）…ウランなどの原子核の崩壊や重水素の核融合などのときに出る大きなエネルギーが核エネルギーである。

これらのエネルギーの変換を図にすると，次のようになる。



➲光のエネルギーを，音，電波などといっしょにして「波のエネルギー」と考える場合もある。たとえば，電子レンジは電波を出して水分子の運動エネルギーをふやすことによってものをあたためるので，波のエネルギー → 熱エネルギーである。

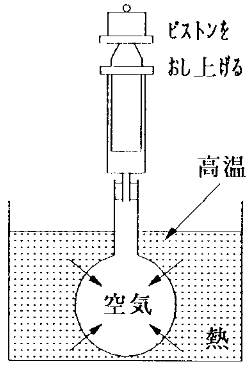
また，それとは別に次のように考える場合もある。

・波動のエネルギー　（水波や音波のエネルギー）

・電磁波のエネルギー　（可視光線，赤外線，紫外線，X 線などのエネルギー）

なお，内部エネルギーについては，物理Ⅱでくわしく学習するが，分子の熱運動のエネルギーの総和であるとして，ここでは，(熱エネルギー)＝(内部エネルギー)と考えておくとよい。

●エネルギー保存の法則　　摩擦力がはたらいている場合には，物体のもつ力学的エネルギーは保存されない。力学的エネルギーは減少し，減少した分だけ，熱が発生する。この熱もエネルギーの一種である。たとえば，右図で，熱は注射器のシリンダーの中の空気をあたためて，ピストンをおし上げる仕事をする。



＜熱エネルギー＞

力学的エネルギーが減少して熱が発生する場合，エネルギー全体を考えると，力学的エネルギーが減少した分だけ，熱エネルギーが発生するから，全体では，エネルギーはふえもせず，減りもせず，保存される。

これが「エネルギー保存の法則」で，テーマの表現以外では，次のように書ける。

◆「どのような形に変わっても，エネルギーの総量は一定不変である。」

◆物体のもつ力学的エネルギーを E，内部エネルギーを U とすると，仕事をされたり，熱の流れのないとき，

$$U+E=\text{一定}$$

の関係がある。

➲力学的エネルギーが保存されない場合でも，内部エネルギーまで含めると，エネルギーは保存されるということ。

エネルギー保存の法則は，物理学の中でも，基本的で重要なものの１つである。

研　究

● エネルギー保存の法則と力学的エネルギー保存の法則などとの関係

着目する物体の集まりを「系」という。系のまわりのものを「外部」という。着目のしかたにより，系と外部の範囲はちがってくるので注意しなければならない。

「外部とエネルギーのやりとりのない系」を「孤立した系」または「閉じた系」という。エネルギー保存の法則は，「閉じた系のエネルギーの総量は一定である。」ということである。似たような法則とのちがいを考えてみよう。

◆力学的エネルギー保存の法則（$E_k+E_p=$一定）

「物体系の運動エネルギーと位置エネルギーの総和は，“外力による仕事が加わらないかぎり”，一定に保たれる。」というものである。摩擦力がはたらく場面では，摩擦力が仕事をするので，力学的エネルギー保存の法則は成り立たない。

◆エネルギーの原理$\left(\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv'^2=Fs\right)$

「物体が外部から仕事をされるときは，その量だけ，物体の力学的エネルギーが増加し，物体が外力に逆らって仕事をすれば，その量だけ力学的エネルギーが減少する。」というもの。

例　水平なあらい面上を運動する物体について，

$$Fs=\mu' mgs=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv'^2$$

が成立するというのは，“物体”に着目すると，「物体が摩擦力に逆らってした仕事だけ力学的エネルギーが減った。」ということになる。

◆エネルギー保存の法則

上の例で，“物体と面との系”に着目すると，「物体の力学的エネルギーの減少は，摩擦によって発生した熱量 $Q=\mu' mgs$ に等しく，系のエネルギーは不変である。」というのが，「エネルギー保存の法則」である。

◆熱力学の第１法則（$\Delta U=Q-W$）

系と外部とのエネルギーのやりとりが，“仕事と熱”の形で行われ，系のエネルギーを内部エネルギーに限定した場合（つまり力学的エネルギーは考えないとき）が「熱力学の第１法則」である。

エネルギー保存の法則が，「ある物体系のもつエネルギーの総量は，“外部とのやりとりがないかぎり”，一定である。」というのに対し，“外部とのやりとりがあれば”，どうなるか，について答えるのが熱力学の第１法則である。

熱力学の第１法則については，物理Ⅱでくわしく扱うことになる。

1　(7851)　E07

次の問いに答えなさい。

(1)　力学的エネルギー，熱エネルギーのほかに何というエネルギーがあるか。3つあげなさい。

〔　　　　　　　　〕
〔　　　　　　　　〕
〔　　　　　　　　〕

(2)　(1)のエネルギーは，たがいに移り変わることができるか，できないか。

〔　　　　　　　　〕

(3)　あらゆる自然現象におけるエネルギーの変換では，それに関係したすべてのエネルギーの和は一定に保たれる。これを何の法則というか。

〔　　　　　　　　〕

(4)　次のエネルギー変換の例を，それぞれ１つずつ書きなさい。

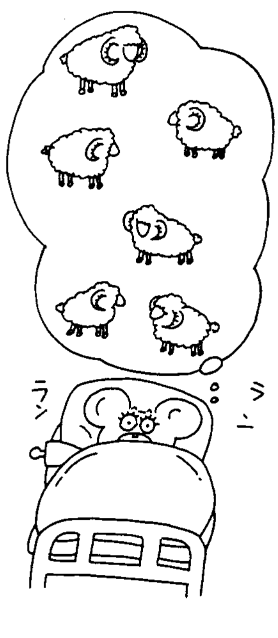
①　電気エネルギー → 力学的エネルギー　〔　　　　　　　　〕

② 化学エネルギー → 電気エネルギー　〔　　　　　　　　〕
③ 光のエネルギー → 電気エネルギー　〔　　　　　　　　〕
④ 熱エネルギー → 力学的エネルギー　〔　　　　　　　　〕
⑤ 熱エネルギー → 電気エネルギー　〔　　　　　　　　〕
⑥ 力学的エネルギー → 熱エネルギー　〔　　　　　　　　〕
⑦ 力学的エネルギー → 電気エネルギー　〔　　　　　　　　〕
⑧ 核エネルギー → 熱エネルギー　〔　　　　　　　　〕

2 (7852) E07

1.0 g の鉛には 2.9×10^{21} 個の分子が含まれている。この鉛を 12 m の高さから落下させてから，地面上に静止するまでに，1個の鉛の分子の内部エネルギーはいくらふえるか。ただし，熱はほかへ逃げないものとする。

〔　　　　　　　　〕



類題トレーニング(7860)

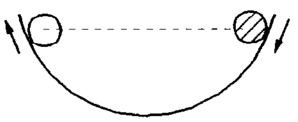
●学習の視点　　物理現象のある過程に対して，その逆の過程が起こるものとそうでないものがある。そのことをはっきりさせるのがここでの目的である。

テーマ　不可逆変化

●右の図のように，断面が半円形の曲面上を，面との摩擦がない物体がすべり落ちる場合と，摩擦のある物体がすべり落ちる場合を考える。

●面との間に摩擦のない物体がすべり落ちる場合，摩擦熱は発生しないで力学的エネルギーは保存される。

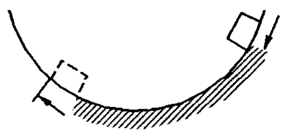
　したがって，球は最下点を通過したあと反対側の曲面の同じ高さまで上がり，再び落下してもとの位置にもどってくる。



面との間に摩擦がないとき

●このような過程を「可逆変化」という。

●ところが，人などのように面との間に摩擦のある物体がすべり落ちると，途中で摩擦熱が発生して接触面が熱くなる。また，このとき物体はそのうち止まってしまい，もとの位置にもどってくることはない。



面との間に摩擦があるとき

●この場合，外から何らかの操作をしないかぎり，物体をはじめの状態にもどすことはできない。

●このような過程を「不可逆変化」という。

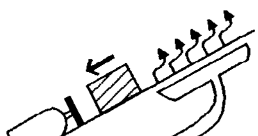
【熱現象による不可逆変化】

　物体系内で，ある現象が起こったとき，外部に何の変化も残すことなく完全にもとの状態にもどる過程を「可逆変化」という。

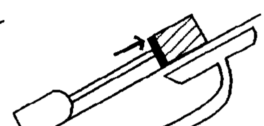
　また，外部に何の変化も残さずにもとの状態にもどすことのできない過程を「不可逆変化」という。熱が関与する現象は，すべて不可逆変化である。

■■説　明■■

●不可逆変化　　面上を物体が移動して摩擦熱が発生した場合を考える。全エネルギーが保存されていれば，熱力学の第1法則だけからいえば，発生した摩擦熱を集めて再びすべて仕事に変えて，物体をもとの位置にもどすこともできそうである。しかし，実際にはこのようなことは，外から何らかの操作をしない限り，できない。これが不可逆変化である。



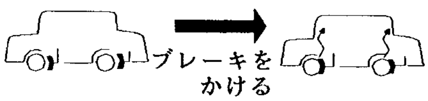
摩擦熱を集める

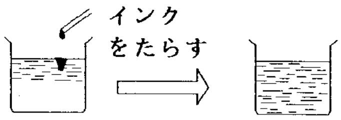


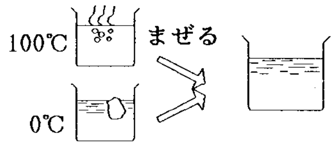
摩擦熱で仕事をする

● **日常生活における不可逆変化**　日常生活において経験する現象は，ほとんどが不可逆変化である。

自動車がブレーキをかけて止まるとき，水中にインクをたらしたとき，熱い湯と冷たい水をまぜたときなどである。







ブレーキで発生した摩擦熱を集めても，外部に何の変化を残すこともなく自動車をもとの位置までもどすことはできない。

また，同様に一度広がったインクは再び一か所に集まることはないし，熱湯と冷水をまぜて一様な温度になったあとの水が，再び熱湯と冷水に分かれることもない。

1　(7861)　E07

次の問いに答えなさい。

(1) 外部に何の変化も残さずにもとの状態にもどる真空中の振り子の振動のような過程を何というか。

〔　　　　　　　　〕

(2) 外部に何の変化も残さずにもとの状態にはもどらない過程を何というか。

〔　　　　　　　　〕

(3) 熱に関する現象は，可逆変化，不可逆変化のどちらか。

〔　　　　　　　　〕

2　(7862)　E07

次の過程は可逆変化か，それとも不可逆変化かを理由をつけて答えなさい。

(1) 水平な床に対して自由落下してきて，床と完全弾性衝突する物体の運動。

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

(2) 摩擦によって仕事が熱に変わる。

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

(3) 抵抗をまったく受けない振り子の振動。

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

(4) 気体の真空中のひろがり。

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

(5) 爆発。

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

類題トレーニング(7870)

●学習の視点　　熱の移動の方向についてと，熱の仕事への変化について学習する。教科書によっては，物理ＩＢでは扱わず，物理Ⅱで扱う場合もある。

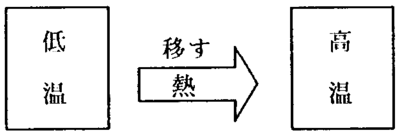
テーマ　熱力学の第２法則

●あらい水平面上を物体がすべると，物体と面の間に摩擦熱が発生する。このとき，仕事は100％熱に変わることができる。ところが，この熱を何らかの機械を使って，全部回収し，物体をもとの位置にもどすことはできない。

●くり返し熱を仕事に変えることのできる装置を熱機関というが，熱を100％仕事に変える熱機関は存在しない。

　すなわち，熱機関は受けた熱のうち，なんらかの熱を放出して，その差の分だけの仕事しかすることができない。

●また，熱を100％仕事に変えることができれば，低温の物体の熱を，まずすべて仕事に変え，その仕事を再び熱にもどして（これは必ずできる）高温の物体に加えることができるはずである。



何らの変化も残さず，低温の物体から高温の物体へ熱を移すことはできない

　ところが実際には，何らかの変化も残さずに，低温の物体から熱をとって高温の物体に移すことはできない。

　冷蔵庫やクーラーのように，内部の温度を外部より下げるには，モーターによって仕事をしなければならない。

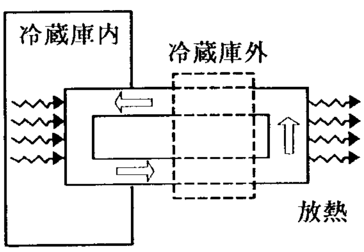
　これが「熱力学の第２法則」とよばれるものである。

【熱力学の第２法則】

外部から何の助けもかりることなしに，温度の低い物体から，温度の高い物体に熱を移すことはできない。これを「熱力学の第２法則」という。

■■説　明■■

●熱の移動の向き　　仕事はすべて熱に変化することができるが，逆に熱をすべて仕事に変化させることはできない。

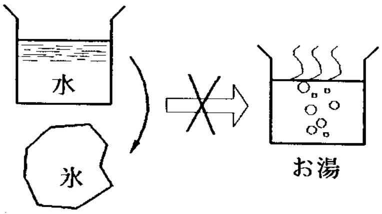


　物体が高い所から低い所へ落ちるとき仕事をなしうるのと同様に，熱も高温の物体から低温の物体に移るときに仕事をすることができる。

　また，物体に外部から仕事をして低い所から高い所へ移すことができるのと同様に，外部から仕事をして低温の物体から高温の物体へ熱を移すことは可能である。たとえば，冷蔵庫はモーターで冷却剤を回すことにより，庫内の熱を外に出し，外気より庫内を低温にすることができるのである。

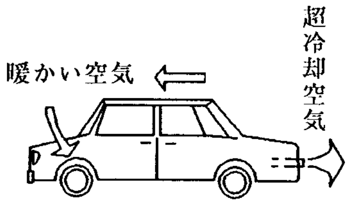
　しかし，他から何の助けも借りることなしに，低温の物体から高温の物体に熱を移すことは不可能である。つまり，他に何の変化も残さずに熱が自ら高温の物体に移ることは不可能である。これが熱力学の第２法則である。すなわち，熱力学の第２法則は熱の移動の向きについて述べた法則である。

● 熱力学の第1法則と第2法則　熱力学の第1法則は，熱の移動の向きについては何も述べていない。したがって，第1法則だけからいえば，全エネルギーが保存されるかぎり，低熱源から高熱源へ熱が移動してもよいことになるが，実際にはこのようなことは起こり得ない。この熱の移動の向きについて述べたものが第2法則であるということになる。



冷たい水から熱をうばってお湯をわかすことはできない。

● 第2種永久機関　一様な熱源から熱をとり，その熱をすべて仕事に変える装置を，「第2種永久機関」という。



もしこれができるとすると，たとえば温度が一様な空気中の空気をとり入れてその熱をとり，自動車を動かすことができることになる。つまり，ガソリンなどの燃料を燃やさなくても無限に等しい大気中の熱をとり入れ超冷却空気をはき出しながら走る自動車が出現することになる。

しかし，残念ながら実際にはこのような第2種永久機関をつくることはできない。

すなわち，熱機関は得た熱量をすべて仕事に変えることはできない。

これも，熱力学の第2法則の1つの表現である。

1　(7871)　E07

熱力学の第2法則について，次の問いに答えなさい。

(1) 熱力学の第2法則によると，外部から何の助けも借りることなしには熱を移動することができないのは，温度の高い物体と温度の低い物体のどちらからどちらへか。

〔　　　　　　　　　　　　〕

(2) 熱力学の第2法則によると，熱機関が得た熱と，する仕事の関係はどのようになっているといえるか。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

(3) 熱力学の第2法則によると，第2種永久機関は実現可能か，不可能か。

〔　　　　　　〕

2　(7872)　E07

次のような装置のうち，実現可能なものをすべて選び，記号で答えなさい。

〔　　　　　　　　　〕

㋐ 海水から熱を奪い，氷にして，その吸収した熱を使って走る船。

㋑ 電気を使って，冷えた室内の空気から熱を奪い，室内より温度の高い屋外へ，その熱を放出する装置。

㋒ 燃料を燃やし，その熱を100％使って動くエンジン。

㋓ 温度差のある2つの物体を使って発電する装置。

㋔ 大気を取り入れてその熱をとり，大気中に冷気を放出し，奪った熱を使って動く自動車。

㋕ 地熱を使って蒸気を発生させ発電をする装置。

類題トレーニング(7880)

●学習の視点　　熱を仕事に変える機械を「熱機関」というが，熱をすべて仕事に変えることができない以上，それぞれの熱機関により，供給された熱のどれほどを仕事に変えることができるかが問題になるであろう。この熱機関のする仕事と加えた熱量の比を学習するのがここでの目的である。

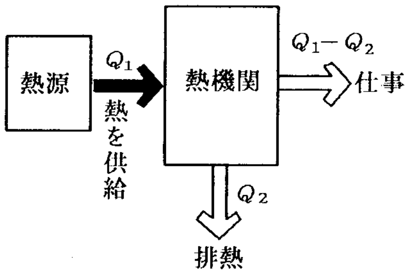
テーマ　熱効率

●高温の物体から熱を受け取り，その一部を低温の物体に放出し，残りの熱を仕事に変えることをくり返して行う装置が「熱機関」である。

●ある熱機関が高温熱源から Q_1 の熱を供給され，低温熱源に Q_2 の熱を放出したとする。

このとき，熱機関は Q_1-Q_2 の分だけ仕事をすることができる。

この Q_1-Q_2 と供給された熱量 Q_1 の比を，その熱機関の「熱効率(ねつこうりつ)」という。



●熱効率は，力学的装置の仕事率のように熱機関の能率の尺度になる。

【熱機関の熱効率】

熱機関に供給された熱量を Q_1,熱機関から放出される熱量を Q_2,とすると,仕事に変わった熱量は Q_1-Q_2 である。熱機関のする仕事と供給した熱量の比,

$$e=\frac{W}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$$

を，この熱機関の「熱効率」という。

■■説　明■■

●熱機関　　自動車のエンジンや火力発電所の蒸気タービンなどは，熱をもらって，それを仕事に変える装置であり，「熱機関」という。自動車のガソリンエンジンでは，燃料の燃焼によって生じた高温・高圧の気体がピストンをおして仕事をする。

●熱効率と仕事率　　機械的な仕事を行うとき，一定時間内にどれだけの仕事をなしうるか，を表すのに仕事率で表して比較した。

熱を仕事に変える機械，すなわち熱機関では供給された熱量のうち何 % が仕事に変化するかが,その熱機関がどれだけより効果的なものであるかを量的に示すことになる。そこで，供給された熱量のうち，仕事に変化した熱量の割合として熱効率という量を考えるのである。

熱力学の第 2 法則より，得た熱をすべて仕事に変える熱機関は存在しないから，熱効率が 100 % になることはあり得ない。

実際は，熱効率は蒸気機関で 0.10 ～ 0.15，すなわち 10 ～ 15 %，ガソリンエンジンで 20 % 前後，蒸気タービンで 25 ～ 30 %，ディーゼルエンジンで 40 % 程度である。このように，半分以上の熱が無駄になっている。冷蔵庫やクーラーのはたらきは，熱機関とちょうど逆になる。

➲くわしい研究によると，高熱源の温度 T_1〔K〕と低熱源の温度 T_2〔K〕の間には，次のような関係のあることがわかっている。　$e\leqq\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)$

1 (7881) E07

次の問いに答えなさい。

(1) 熱機関のする仕事と供給した熱量の比を何というか。

〔　　　　　〕

(2) ある熱機関に高温の熱源から Q_1 の熱量が供給され，そのうち放出された熱量 Q_2 との差 Q_1-Q_2 だけ仕事をした。このとき，この熱機関の熱効率 e を表す式を書きなさい。

〔　　　　　〕

(3) 熱効率 100 % の熱機関は存在するか。

〔　　　　　〕

2 (7882) E07

次の熱機関の熱効率を求めなさい。

(1) ある熱機関に 2.0×10^5 J の熱をあたえたら，そのうち 6.0×10^4 J の熱量が仕事に変化した。この熱機関の熱効率は何 % か。

〔　　　　　〕

(2) ある熱機関に 5.0×10^6 J の熱をあたえたら，そのうち 3.0×10^6 J の熱量が放出された。この熱機関の熱効率は何 % か。

〔　　　　　〕

(3) ある熱機関に 1.0×10^{10} J の熱をあたえたら，そのうち 8.0×10^9 J の熱量が放出された。この熱機関の熱効率は何 % か。

〔　　　　　〕

3 (7883) E07

次の熱機関に加えられた熱量や放出された熱量を求めなさい。

(1) ある熱機関の熱効率が 20 % であるという。この熱機関に，2.0×10^7 J の熱量をあたえたら，仕事に変化する熱量はいくらか。

〔　　　　　〕

(2) ある熱機関の熱効率が 40 % であるという。この熱機関に，1.0×10^6 J の熱量をあたえたら仕事に変化する熱量はいくらか。

〔　　　　　〕

(3) ある熱機関の熱効率が 25 % であるという。この熱機関に，ある量の熱量を加えたところ，4.0×10^5 J の熱量が放出された。加えた熱量はいくらか。

〔　　　　　〕

4 (7884) E07

出力 20 kW のガソリンエンジンがあって，熱効率 25% で運転されているものとする。ガソリンの発熱量は 1 kg あたり 4.4×10^7 J として，1.0 s あたりのガソリン消費量を求めよ。ただし，1〔W〕=1〔J/s〕である。

〔　　　　　〕

教育社

TRAINING PAPER

DAILY PROGRAM

高校理科／物理ＩＢ